

**Kapazitive Geoelektrik
zur Bestimmung der komplexen Permittivität
von Eis und Permafrost**

Von der Fakultät für Elektrotechnik, Informationstechnik,
Physik
der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina
zu Braunschweig

zur Erlangung des Grades einer
Doktorin der Naturwissenschaften
(Dr. rer. nat.)

genehmigte Dissertation

von Anita Przyklenk
aus Wolfsburg

2019

Kapazitive Geoelektrik zur Bestimmung der komplexen Permittivität von Eis und Permafrost

Von der Fakultät für Elektrotechnik, Informationstechnik,
Physik
der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina
zu Braunschweig

zur Erlangung des Grades einer
Doktorin der Naturwissenschaften
(Dr. rer. nat.)

genehmigte Dissertation

von Anita Przyklenk
aus Wolfsburg

eingereicht am: 07.10.2018

mündliche Prüfung (Disputation) am: 08.02.2019

1. Referent: Prof. Dr. Andreas Hördt
2. Referent: Prof. Dr. Andreas Junge

Druckjahr: 2019

Inhaltsverzeichnis

Vorveröffentlichungen der Dissertation	v
Kurzfassung	vii
Abstract	ix
1 Einleitung	1
2 Theoretische Grundlagen der Kapazitiven Geoelektrik	5
2.1 Maxwell- und Material-Gleichungen	5
2.1.1 Die Helmholtz-Gleichung und charakteristische Längenskalen . . .	7
2.1.2 Frequenzabhängigkeit und die rotationsstromfreie quasistationäre Näherung	9
2.1.3 Komplexe Materialparameter	11
2.1.3.1 Effektive Materialparameter	12
2.1.3.2 Die Permittivität in der Hydrogeophysik und Permafrostforschung	12
2.2 Grundgleichungen der Geoelektrik	14
2.3 Potential einer Punktladung über der Grenzfläche eines dielektrischen Halbraumes	15
2.4 Elektrostatisches Potential an der Grenzfläche eines homogenen Halbraumes	18
2.5 4-Punkt-Impedanz über der Grenzfläche eines homogenen Halbraumes . .	19
2.6 Geometriefaktoren	20
2.6.1 Der Gleichstromgeometriefaktor	21
2.6.2 Der vertikale Geometriefaktor	22
2.6.3 Der Höhenfaktor	24
2.6.4 Der Höhenfaktor bei einer von h abweichenden Elektrodenhöhe .	26
2.7 4-Punkt-Impedanz in Abhängigkeit vom Höhenfaktor	29
2.7.1 Analogie zur Gleichstromgeoelektrik	30
3 Parameterstudien und Parametrisierungen	33
3.1 4-Punkt-Impedanz bei konstanten elektrischen Parametern	33
3.1.1 Variation des Höhenfaktors	33
3.1.2 Der Höhenfaktor bei einer von h abweichenden Elektrodenhöhe .	35
3.1.3 Der Verlustfaktor	38
3.1.3.1 Frequenzabhängigkeit des Verlustfaktors	40

3.2	Leitungsmechanismen in Wasser und Eis	41
3.2.1	Polarisationseffekte	42
3.2.2	Protonenleitung durch Defekte im Eis	43
3.3	Frequenzabhängigkeit der komplexen relativen Permittivität	44
3.3.1	Debye-Modell	45
3.3.1.1	Darstellung des frequenzabhängigen spezifischen Widerstandes und der relativen Permittivität	45
3.3.1.2	Temperaturabhängigkeit	47
3.3.1.3	Frequenzabhängigkeit von Wasser und Eis	49
3.3.1.4	Zweifaches Debye-Modell	50
3.3.2	Cole-Cole-Modell	51
3.3.2.1	Zweifaches Cole-Cole-Modell	52
3.4	4-Punkt-Impedanz und frequenzabhängige elektrische Parameter	53
3.5	Zusammenfassung	56
4	Das Chameleon-System auf Basis kapazitiv angekoppelter Elektroden	57
4.1	Datenprozessierung zur Schätzung der Impedanz	59
4.2	Kapazitiv angekoppelnde Elektroden	60
4.3	Messungen an Ersatzschaltkreisen	64
5	Labormessungen	71
5.1	Experimentelle Untersuchung der Impedanz bei variierendem Höhenfaktor	72
5.2	Datenanpassung	74
5.2.1	Jacobimatrix und Spektralwertzerlegung	78
5.2.2	Inversionsergebnisse	79
5.2.3	Analyse der Jacobimatrix	81
5.2.4	Analyse der Spektralwertzerlegung	84
5.3	Zusammenfassung im Hinblick auf Feldmessungen	87
6	Feldmessungen	89
6.1	Feldmessung auf der Zugspitze (Deutsch/Österreichische Alpen)	90
6.1.1	Seitenstollen	91
6.1.1.1	Rohdaten	93
6.1.1.2	Anpassung	95
6.1.1.3	Analyse der Jacobimatrix	96
6.1.2	Analyse der Spektralwertzerlegung	102
6.1.3	Zusammenfassung im Hinblick auf weitere Feldmessungen	105
6.2	Feldmessung auf dem gefrorenen See Prestvannet (Tromsø/Norwegen)	106
6.2.1	Testmessungen zur Ermittlung einer geeigneten Messkonfiguration	108
6.2.1.1	Vorverstärker	108
6.2.1.2	Elektrodengröße	110
6.2.1.3	Kapazitive und galvanische Ankopplung	113
6.2.1.4	Zusammenfassung	118
6.2.2	1D-Tiefensondierung	119

6.2.2.1	Rohdaten	119
6.2.2.2	Anpassung	120
6.2.2.3	Interpretation der Ergebnisse	122
6.2.2.4	Vergleich mit Ergebnissen von Grimm und Stillman (2015)	124
6.2.3	1D-Profil	126
6.2.4	Rohdaten	126
6.2.5	Anpassung	129
6.2.6	Kapazitive und galvanische Ankopplung	130
6.2.6.1	Ergebnisse der Anpassung mit D1-Parametrisierung . .	132
6.2.7	Anpassung der Impedanzspektren und ermittelte elektrische Parameter	135
6.2.8	Anpassungen mit unterschiedlicher Parametrisierung am Beispiel eines Impedanzspektrums	136
6.2.8.1	Ermittelte Parameter der effektiven komplexen Permittivität	142
6.2.8.2	Analyse der Jacobimatrix	143
6.2.8.3	Analyse der Spektralwertzerlegung	149
6.3	Zusammenfassung der Ergebnisse	152
7	Diskussion der Ergebnisse	155
7.1	Einfluss der Elektrodenhöhe	155
7.2	Parametrisierungen der effektiven komplexen relativen Permittivität . . .	156
7.3	Ermittelte Untergrundparameter	158
	Literaturverzeichnis	165
A	Anhang	III
A.1	Kurze Einführung in die Software des Chameleon-Systems	III
A.2	Benutzeroberfläche der Chameleon Software	III
A.3	Initialisierungsdateien	X
A.4	Ergebnisdateien	XIV
	Danksagung	XVII

Vorveröffentlichungen der Dissertation

Teilergebnisse aus dieser Arbeit wurden mit Genehmigung der Fakultät für Elektrotechnik, Informationstechnik, Physik, vertreten durch den Mentor der Arbeit, in folgenden Beiträgen vorab veröffentlicht:

Publikationen in referenzierten Fachzeitschriften

A. Przyklenk , A. Hördt & T. Radić, 2016. **Capacitively Coupled Resistivity measurements to determine frequency-dependent electrical parameters in periglacial environment - theoretical considerations and first field tests** In *Geophys. J. Int.* , 206, 1352–1365. doi: 10.1093/gji/ggw178

Tagungsbeiträge

A. Przyklenk & A. Hördt: **Kapazitive Geoelektrik auf dem gefrorenem See Prestvannet (Tromsø/Norwegen)**, In: *Konferenzband der 76. Jahrestagung der Deutschen Geophysikalischen Gesellschaft*, Münster, Deutschland, 14.-17.03.2015, doi: 10.2312/dgg76

A. Przyklenk & A. Hördt: **Kapazitive Geoelektrik auf dem See Prestvannet in Tromsø/Norwegen**, In: *Seminar oberflächennahe Erkundung*, Neustadt an der Weinstraße, Deutschland, 11.-13.11.2015

A. Przyklenk & A. Hördt: **Kapazitive Geoelektrik unter subarktischen Bedingungen in Nordnorwegen**, In: *Konferenzband 26. Schmucker-Weidelt Kolloquium für Elektromagnetische Tiefenforschung*, Dassel, Deutschland, 21.-25.09.2015, ISSN 2190-7021

A. Przyklenk & A. Hördt: **Bestimmung der elektrischen Permittivität mittels kapazitiver Geoelektrik- erste Feldmessungen auf der Zugspitze (Deutsch/ Österreichische Alpen)**, In: *Konferenzband 75. Jahrestagung der Deutschen Geophysikalischen Gesellschaft*, Hannover, Deutschland, 23.-26.03.2015, doi: 10.2312/dgg75

A. Przyklenk & A. Hördt: **Complex Capacitive Resistivity and the resolution capability of electrical parameters**, In: *Konferenzband 22th Electromagnetic Induction Workshop*, Weimar, Deutschland, 25.-30.08.2014, ISSN 2190-7021

A. Przyklenk, A. Hördt, U. Auster und K.-H. Glaßmeier: **Active and passive electromagnetic sounding on comets and moons**, In: *Konferenzband 40th COSPAR Scientific Assembly*, Moskau, Russland, 02.-10.08.2014

A. Przyklenk & A. Hördt: **Capacitive Resistivity (CR) – First field application on Mount Zugspitze (German/Austrian Alps)**, In: *Konferenzband 27th Symposium on the Application of Geophysics to Engineering and Environmental Problems (SAGEEP)*, USA, 2014, doi: 10.4133/SAGEEP.27-176

A. Przyklenk & A. Hördt: **Kapazitive Geoelektrik – Erste Feldmessungen auf der Zugspitze (Deutsch/Österreichische Alpen)**, *Konferenzband 74. Jahrestagung der Deutschen Geophysikalischen Gesellschaft*, Karlsruhe, Deutschland, 10.-13.03.2014, doi: 10.2312/dgg74

A. Przyklenk, A. Hördt, U. Auster & K.-H. Glaßmeier: **Opportunity of passive and active electromagnetic sounding by a Russian Moon Lander**, In: *Konferenzband Lunar Sample Return Workshop*, ESTEC Noordwijk/Niederlande, 18.-19.02.2014

A. Przyklenk & A. Hördt: **Einfluss der Elektrodenhöhe in der kapazitiven Geoelektrik**, In: *Konferenzband Seminar oberflächennahe Erkundung*, Neustadt an der Weinstraße, Deutschland, 9.-11.10.2013

A. Przyklenk & A. Hördt: **Capacitive Resistivity – Influence of electrode elevation on the resolution of electrical parameters**, In: *Konferenzband 25. Schmucker-Weidelt Kolloquium für Elektromagnetische Tiefenforschung*, Kirchhundem Rahrbach, Deutschland, 23.-27.09.2013, ISSN 2190-7021

A. Przyklenk & A. Hördt: **Influence of electrode heights on 4-point and 2-point measurements based on capacitively coupled electrodes**, In: *Konferenzband 19th European Meeting of Environmental and Engineering Geophysics of the Near Surface Geoscience Division of EAGE*, Bochum, Deutschland, 09.-11.09.2013, doi: 10.3997/2214-4609.20131342

A. Przyklenk & A. Hördt: **Electrical Sounding on Ganymede**, In: *Konferenzband International Colloquium and Workshop: "Ganymede Lander: scientific goals and experiments"*, Space Research Institute (IKI), Moskau, Russland, 04.-08.03.2013

A. Przyklenk, A. Hördt & E. Lippmann: **Bestimmung komplexer spezifischer Widerstände mittels kapazitiver Geoelektrik unter Laborbedingungen**, In: *Konferenzband 72. Jahrestagung der Deutschen Geophysikalischen Gesellschaft*, Hamburg, Deutschland, 05.-08.03.2012, doi: 10.2312/dgg72

A. Przyklenk, A. Hördt & E. Lippmann: **A prototype device to measure complex resistivity based on capacitive coupling**, In: *Konferenzband AGU Fall Meeting*, San Francisco, Kalifornien, USA, 05.-09.12.2011

Kurzfassung

In der vorliegenden Arbeit werden Feldmessungen aus Permafrostgebieten vorgestellt, die mit einem innovativen 4-Punkt-Impedanz-Messsystem auf Basis kapazitiv angekoppelter Elektroden durchgeführt wurden.

Mit dem Ziel, aus den gemessenen Impedanzspektren die effektive komplexe relative Permittivität von natürlichem gefrorenen Wasser und gefrorenem Boden zu bestimmen, wurden die geoelektrischen Messungen in einer weiten Bandbreite zwischen 20Hz und 240kHz durchgeführt. Messungen in der unteren Hälfte des Frequenzbandes weisen theoretisch eine höhere Empfindlichkeit gegenüber Variationen des spezifischen Widerstandes auf, während in der oberen Hälfte des Frequenzbandes eine höhere Sensitivität gegenüber Veränderungen der relativen Permittivität vorliegt, so dass bei Messungen über Eis beide elektrische Parameter, der spezifische Widerstand und die relative Permittivität, bestimmbar sind.

Da zur Zeit der vorliegenden Arbeit weder eine vergleichbare Apparatur, noch ein auf den Frequenzbereich abgestimmtes Inversionsprogramm zur Verfügung standen, werden zunächst methodische Aspekte behandelt. Dazu zählt der Einfluss der Höhe der kapazitiv angekoppelten Elektroden über dem untersuchten Untergrund, der Elektrodenhöhe, sowie die frequenzabhängige Parametrisierung der komplexen relativen Permittivität. Es ist bekannt, dass die 4-Punkt-Impedanz empfindlich auf die Höhe der Elektroden über der untersuchten Oberfläche reagiert, insofern die Untersuchungen über moderaten spezifischen Widerständen im Bereich von Kiloohmmetern statt finden.

Zu Beginn der vorliegenden Arbeit war nicht bekannt, ob oder wie genau diese schwer messbare Größe für die Anpassung gemessener Impedanzen bekannt sein muss. Feldmessungen werden daher unter Berücksichtigung der Elektrodenhöhe angepasst. Eine anschließende Empfindlichkeitsanalyse hat gezeigt, dass die Elektrodenhöhe der am wenigsten wichtige Parameter für die Anpassung gemessener Impedanzspektren ist, während die Parameter zur Beschreibung der komplexen Permittivität die Inversionsergebnisse dominieren.

Aus theoretischen Überlegungen geht hervor, dass das charakteristische Dispersionsverhalten von Eis zu einer Abnahme der Sensitivität gegenüber der Elektrodenhöhe führt. Dieser Effekt wird durch Beispiele aus der Praxis gestützt.

Untergrundparameter von natürlichem Eis und schneebedecktem gefrorenen Boden, welche aus Impedanzmessungen mit der Kapazitiven Geoelektrik bestimmt werden, sind im Vergleich mit Literaturwerten plausibel.

Abstract

In the present thesis, field measurements from permafrost areas are carried out with an innovative 4-point impedance measurement system based on capacitively coupled electrodes.

Aiming to determine the effective complex relative permittivity of natural frozen water and frozen soil from the measured impedance spectra, geoelectric measurements were performed in a wide bandwidth between 20Hz and 240kHz. Measurements in the lower half of the frequency band theoretically have a higher sensitivity to resistivity variations, while in the upper half of the frequency band there is a higher sensitivity to changes in relative permittivity so that investigations over ice enable the determination of both electrical parameters, which are the resistivity and the relative permittivity.

Firstly, methodical aspects are treated, since at the time of the present work neither a comparable measurement system nor an inversion program tuned to the desired frequency range was available. The methodological aspects include the influence of the height of the capacitively coupled electrodes over the observed underground, as well as an appropriate frequency-dependent parameterization of the complex relative permittivity. 4-point impedances are sensitive to the height of the electrodes above the surface being examined.

At the beginning of the present work, it was not known if this difficult-to-measure variable had to be known for the inversion of measured impedances. Therefore, the electrode height above the surface is taken into account as an additional free variable in the inversion algorithm. Subsequent sensitivity analysis has shown that electrode height is the least important parameter for fitting measured impedance spectra, while parameters describing complex permittivity dominate the inversion results. Theoretical considerations show that the characteristic dispersion behavior of ice leads to a decrease in the sensitivity to the electrode height. Practical examples confirm this effect.

Electrical parameters of natural ice and snow-covered frozen soil, which are determined from impedance measurements with capacitively coupled electrodes, are plausible in comparison with literature values.

1 Einleitung

Die Kapazitive Geoelektrik ist eine Methode der Geoelektrik, bei der charakteristischerweise kapazitiv angekoppelte Platten oder Kabel als Elektroden verwendet werden, um den 4-Punkt-Widerstand zu messen und daraus den spezifischen Widerstand des oberflächennahen Untergrundes abzuleiten (Grard, 1990). Während einer 4-Punkt-Messung bilden kapazitiv angekoppelte Elektroden mit dem untersuchten Untergrund eine Art Kondensator, über den die Stromeinspeisung und die Potentialmessung realisiert wird (Kuras et al., 2007). Dadurch ist die Kapazitive Geoelektrik eine vollkommen nicht-invasive Methode und ermöglicht zerstörungsfreie Untersuchungen von harten Oberflächen. Sie findet beispielsweise Anwendung im Bauingenieurwesen zur Erkundung von asphaltierter und betonierter Infrastruktur (Dashevsky et al., 2005) oder historischen Bauwerken aus Festgestein (Souffaché et al., 2010).

In der Angewandten Geophysik eignet sich die Kapazitive Geoelektrik unter anderem für schnelle geoelektrische Kartierungen. In der klassischen Geoelektrik werden Profile zeitaufwändig mit Stabelektroden abgesteckt, während mit der Kapazitiven Geoelektrik Kombinationen aus vielen Elektrodenauslagen von Mensch oder Maschine über das zu kartographierende Gebiet gezogen werden können (Hauck und Kneisel, 2006; Kuras et al., 2007; Jeffrey et al., 2008; Burton und Cannina, 2011; Flageul et al., 2013).

Die automatisierte Platzierung von kapazitiv ankoppelnden Elektroden ist mit weniger Aufwand verbunden als die Positionierung von Stabelektroden. Aus diesem Grund gibt es den Ansatz, neuartige kapazitive Geoelektrik-Systeme als Telexperiment in ferngesteuerte Sonden zu integrieren. Beispielsweise setzten Mwenifumbo et al. (2009) einen Prototypen auf Basis kapazitiv angekoppelter Elektroden für die Untersuchung von Bohrlöchern ein. Ferner haben Seidensticker et al. (2007) ein System entwickelt, das Teil einer Satelliten Landeeinheit ist und zur autonomen Untersuchung eines Kometen eingesetzt wurde.

Es sind momentan einige wenige kommerzielle Apparaturen auf Basis kapazitiver Ankopplung erhältlich. Sie operieren entweder unter einer festen Frequenz oder bei einigen wenigen Frequenzen im kHz-Bereich mit dem Ziel, wie in der Gleichstromgeoelektrik, den spezifischen Widerstand aus dem gemessenen 4-Punkt-Widerstand zu bestimmen (Kuras et al., 2007; Oldenborger und LeBlanc, 2013; Niu et al., 2014). Spektrale phasensensitive Messungen des komplexen 4-Punkt Widerstandes sind mit den Systemen bislang nicht realisierbar. Der OhmMapperTM (Geometrics/USA) wird mit einer konstanten Frequenz unterhalb 18 kHz betrieben (geometrix.com). Das CORIMTM-System (IRIS Instruments/France) verwendet eine konstante Frequenz bei 12 kHz (iris-instruments.com) und die RUSCANTM-Apparatur (Androtex Ltd./Canada) ist mit 4, 8, 16 oder 32 kHz einsetzbar (Douma et al., 1994). Es hat sich insbesondere bei Anwendern des OhmMapperTM etabliert, die 4-Punkt-Messungen mit experimentell ermittelten Faktoren zu korrigieren

(Oldenborger und LeBlanc, 2013; Niu und Wang, 2013; Niu et al., 2014), um die Datenanpassung zur Ermittlung des spezifischen Widerstandes mit gängigen Programmen der Gleichstromgeoelektrik durchzuführen, beispielsweise mit RES2DINVTM (Geotomo).

Durch die Verwendung von Frequenzen im kHz-Bereich wird die Ankopplung der Elektroden an den Untergrund verbessert. In der Gleichstromgeoelektrik sind Ankopplungsprobleme durch hohe Übergangsimpedanzen zwischen Elektroden und dem Untergrund ein bekanntes Problem (Hördt et al., 2013). Eine Herausforderung stellen deshalb geoelektrische Messungen über Untergründen mit hohen spezifischen Widerständen wie Eis, Permafrostböden oder trockenem Festgestein dar (Kneisel et al., 2000; Loke, 2001; Marescot et al., 2003). Bei der Untersuchung von Medien mit hohen spezifischen Widerständen wächst gleichzeitig der Einfluss der elektrischen Permittivität (Hauck und Kneisel, 2006; Kneisel et al., 2008), die nur durch phasensensitive Messungen aus der 4-Punkt-Impedanz abgeleitet werden kann (Grard, 1990).

Die elektrische Permittivität eignet sich insbesondere, um relevante Parameter der Permafrostforschung zu bestimmen (Alvarez, 1973; Olhoeft, 1977; Moore und Maeno, 1993; Hauck und Kneisel, 2008). Beispielsweise die saisonale Fluktuation (Krautblatter et al., 2010; Lewkowicz et al., 2011; Murton et al., 2016) vom Anteil des gefrorenen Wassers (Fortier et al., 1993; Stillman und Grimm, 2010; Hauck et al., 2011; Grimm und Stillman, 2015) in der oberflächennahen Auftauschicht. Die Auftauschicht ist üblicherweise bis zu 2 m mächtig, besteht aus einem Gemisch aus Gestein, Sedimenten oder Mutterboden und enthält unterschiedlich große Mengen von gefrorenem Wasser (Dobinski, 2011). Im Zuge des Klimawandels (Grosse et al., 2016; Chadburn et al., 2017) steht die Auftauschicht im Fokus zahlreicher Untersuchungen (Kane et al., 1991; Romanovsky et al., 2003; Scherler et al., 2011; Stoffel et al., 2016) mit dem Ziel, Gefahren durch Lawinen, Erdbeben und Küstenerosion sowie Schäden am Ökosystem und an der Infrastruktur frühzeitig zu erkennen. Bei der Abschätzung dieser Risiken nimmt der Anteil an gefrorenem Wasser im Permafrost eine wesentliche Rolle ein, da das Eis den Permafrostboden stabilisiert (Romanovsky und Osterkamp, 2000).

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, die frequenzabhängige, komplexe relative Permittivität von gefrorenem Wasser (Johari und Whalley, 1981) in Permafrostgebieten (Dobinski, 2011) zu bestimmen und damit erstmalig das volle Potential der spektralen Kapazitäten Geoelektrik zu nutzen (Przyklenk et al., 2016). Bislang steht, unter Verwendung von Frequenzen im kHz-Bereich, die verbesserte Ankopplung an den Untergrund im Vordergrund. Die zusätzliche physikalische Information, die in diesem Frequenzbereich über die elektrische Permittivität vorliegen kann, wird dabei jedoch außer Acht gelassen, da phasensensitive Messungen nur mit aufwändiger Messtechnik und allein durch innovative und aufwendige Systeme realisierbar sind.

Für die Untersuchungen der vorliegenden Arbeit wurde eigens ein phasensensitives Messsystem namens „Chameleon“ auf Basis kapazitiv angekoppelter Elektroden von Radic Research Berlin entwickelt (Radić, 2014; Przyklenk et al., 2016). Die Spezifikationen der Apparatur wurden für den Einsatz unter schwierigen Bedingungen in Permafrostgebieten abgestimmt. Das Chameleon-System ermöglicht geoelektrische 4-Punkt-Impedanzmessungen in einer einmaligen Bandbreite zwischen 1 mHz und 240 kHz. Die Bandbreite ist auf die charakteristische Dispersion von gefrorenem Wasser angepasst, welche im Frequenzband zwischen 100 Hz und 100 kHz stattfindet (Petrenko und Whitworth, 1999; Hobbs, 2010). Der Frequenzbereich unterscheidet sich damit signifikant von

der Spektral Induzierten Polarisation (Wait, 1998; Tarasov und Titov, 2013) und dem Georadar (Jol, 2008; Bradford et al., 2009). Da zum Zeitpunkt der vorliegenden Arbeit weder eine vergleichbare Apparatur für derartige Feldmessungen, noch eine geeignete Software für die Datenauswertung im benötigten Frequenzband verfügbar war, stehen zunächst methodische Fragestellungen im Vordergrund.

Es werden zwei Aspekte intensiv untersucht. Ein Fokus liegt auf der Beantwortung der Frage, ob die Höhe der kapazitiv angekoppelten Elektroden über der untersuchten Oberfläche einen wesentlichen Einfluss auf Messungen hat und deshalb bekannt sein muss. Je nachdem, welche Rauigkeit oder Vegetation am Messort vorliegt, kann diese Höhe im Bereich von Zentimetern liegen. Aus theoretischen Überlegungen geht hervor, dass sie einen signifikanten Einfluss auf die 4-Punkt-Impedanz ausübt (Grard und Tabbagh, 1991; Kuras et al., 2006). Deshalb wird die Elektrodenhöhe während der Anpassung der 4-Punkt-Impedanz zur Bestimmung der komplexen Permittivität als zusätzlicher freier Parameter invertiert. Um die Frage zu beantworten, ob die elektrischen Parameter trotz der unbekannten Elektrodenhöhe bestimmbar sind, wird im Anschluss eine Analyse der Auflösbarkeit durchgeführt.

Der zweite wesentliche Fokus ist auf die Bestimmung der elektrischen Parameter aus den gemessenen 4-Punkt-Impedanzspektren gerichtet. Im Rahmen dieser Arbeit wurden zwei Messkampagnen durchgeführt, um die Methode der Kapazitiven Geoelektrik erstmals auf natürlichem Eis zu testen. Zur Vorbereitung wurden zunächst umfangreichen Parameterstudien und Messungen im Labor durchgeführt. Im September 2013 fand der erste Feldeinsatz auf der Zugspitze (Deutsch / Österreichische Alpen) statt. Nach der Weiterentwicklung des Chameleon-Systems folgte der zweite Feldeinsatz im April 2015 in Tromsø (Norwegen). Die durchgeführten Messungen sind oberflächennah und fanden vorwiegend auf gefrorenem Wasser statt. Für die Datenanpassung wird daher von einem homogenen Halbraum ausgegangen. Die Aufgabe bestand darin, gemessene Impedanzspektren mit einer endlichen Anzahl von aussagekräftigen Parametern zu charakterisieren. Gleichzeitig soll eine Vergleichbarkeit mit Literaturwerten gegeben sein. Zu diesem Zweck wird die komplexe relative Permittivität mit Debye- und Cole-Cole-Summen parametrisiert (Cole und Cole, 1941; Petrenko und Whitworth, 1999; Hobbs, 2010). Schließlich werden die Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität mit Literaturwerten verglichen, beispielsweise mit Grimm et al. (2015) und Grimm und Stillman (2015).

2 Theoretische Grundlagen der Kapazitiven Geoelektrik

Die Methode der Kapazitiven Geoelektrik ist im Vergleich zu der klassischen Gleichstromgeoelektrik oder Induzierten Polarisisation weniger weit verbreitet und wird weltweit von einigen wenigen Arbeitsgruppen angewendet und weiterentwickelt. Die theoretische Grundlage der Kapazitiven Geoelektrik bilden maßgeblich die Arbeiten von Grard (1990), Grard und Tabbagh (1991) und Kuras et al. (2006), die im folgenden Abschnitt in Auszügen vorgestellt werden. Im Fokus steht dabei die frequenzabhängige 4-Punkt-Impedanz, die sich aus der elektro-quasistatischen Potentialtheorie (Dirks, 1996) und der Methode der Spiegelladungen (Sommerfeld, 1961) ableitet. Als Einleitung wird zunächst die allgemeine elektromagnetische Potentialtheorie vorgestellt (Maxwell, 1865), aus welcher für die vorliegende Arbeit relevante Gleichungen hergeleitet werden.

2.1 Maxwell- und Material-Gleichungen

Basis aller elektromagnetischer Messmethoden sind die Maxwell-Gleichungen (Maxwell, 1865). Sie beschreiben den Zusammenhang der elektromagnetischen Vektorfelder \mathbf{B} , \mathbf{D} , \mathbf{E} , \mathbf{H} . In dieser Arbeit werden ausschließlich Frequenzspektren behandelt, weshalb die partielle zeitliche Ableitung ∂_t mittels Fouriertransformation und dem Ansatz einer harmonischen Zeitabhängigkeit (Becker, 1973)

$$\mathbf{E}(\omega) = \mathbf{E}_0 \cdot e^{i\omega t} \quad (2.1)$$

mit der Kreisfrequenz ω (in $s^{-1} \equiv \text{Hz}$) und der Frequenz f (in Hz)

$$\omega = 2\pi f, \quad (2.2)$$

sowie

\mathbf{E}_0 – Amplitude (A/m)

i – Imaginäre Zahl

t – Zeit (s)

durch den Term $i\omega$ substituiert wird. Die in der Zeit fouriertransformierten Maxwell-Gleichungen lauten dann (Maxwell, 1865)

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j}_L + i\omega \mathbf{D} \quad (2.3)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -i\omega \mathbf{B} \quad (2.4)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.5)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = q \quad (2.6)$$

mit

\mathbf{B} – magnetische Flussdichte (Vs/m²)

\mathbf{H} – magnetische Feldstärke (A/m)

\mathbf{E} – elektrische Feldstärke (A/m)

\mathbf{D} – elektrische Verschiebungsdichte (As/m²)

\mathbf{j} – elektrische Stromdichte (A/m²)

q – elektrische Raumladungsdichte (As/m³).

Die Material-Gleichungen verknüpfen über materialspezifische Parameter die Feldgrößen \mathbf{B} und \mathbf{H} , beziehungsweise \mathbf{E} und \mathbf{D} miteinander und sind definiert als (Militzer, 1985)

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H} \quad (2.7)$$

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E} \quad (2.8)$$

mit

μ_0 – magnetische Permeabilität im Vakuum (Vs/Am \equiv H/m)

μ_r – relative magnetische Permeabilität (-)

ϵ_0 – elektrische Permittivität im Vakuum (As/Vm \equiv F/m)

ϵ_r – relative elektrische Permittivität (-).

Die Gesamtstromdichte \mathbf{j} ist in den Leitungs- und Verschiebungsanteil zerlegbar (Militzer, 1985)

$$\mathbf{j} = \mathbf{j}_L + \mathbf{j}_V. \quad (2.9)$$

Das Ohm'sche Gesetz beschreibt den Zusammenhang zwischen der Leitungsstromdichte \mathbf{j}_L und der elektrischen Feldstärke (Patra, 1980)

$$\mathbf{j}_L = \sigma \mathbf{E} = \frac{1}{\rho} \mathbf{E} \quad (2.10)$$

über

σ – elektrische Leitfähigkeit (A/Vm \equiv S/m)

ρ – spezifischer Widerstand (Vm/A \equiv Ω m).

Die Verschiebungsstromdichte j_V hängt über die elektrische Permittivität von der zeitlichen Veränderung des elektrischen Feldes ab (Weidelt, 1997)

$$j_V = i\omega D \quad (2.11)$$

$$= i\omega\epsilon_0\epsilon_r E. \quad (2.12)$$

Materialspezifische Größen ϵ_r , μ_r und σ beziehungsweise ρ , sind im allgemeinen Tensoren und vereinfachen sich in isotropen Medien zu Skalaren.

Für die praktische Anwendung der Maxwell-Gleichungen können Annahmen getroffen werden, die das Lösen des Gleichungssystems (2.3) bis (2.8) durch geeignete Vereinfachungen erleichtern. Im Allgemeinen werden für Näherungen der Maxwell-Gleichungen

- die charakteristische Längenskala des untersuchten Gebietes (Abschnitt 2.1.1),
- der verwendete Frequenzbereich und die Art der Signalquelle (Abschnitt 2.1.2)
- und die materialspezifischen elektromagnetischen Parameter (Abschnitt 2.1.3)

herangezogen. Die Kombination aus beispielsweise guten Leitern, bei vernachlässigbarer relativer Permittivität, und einer niedrigen Messfrequenz definiert einen Näherungsbereich der Maxwell-Gleichungen und legt damit Grenzwerte für den Gültigkeitsbereich der approximativen Lösung fest.

2.1.1 Die Helmholtz-Gleichung und charakteristische Längenskalen

Gleichungen (2.3) bis (2.12) bilden die theoretische Grundlage für alle elektromagnetische Methoden in der Angewandten Geophysik. In homogenen Bereichen von Untergründen ergibt sich durch Eliminierung von \mathbf{B} , \mathbf{H} , \mathbf{j}_L , \mathbf{j}_V und anschließende Bildung der Rotation, die Helmholtz-Gleichung für die elektrische Feldstärke (Patra, 1980)

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu_0 \sigma i\omega \mathbf{E} - \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r \omega^2 \mathbf{E}. \quad (2.13)$$

Gleichung (2.13) beschreibt das Propagieren einer gedämpften elektromagnetischen Welle mit den einzelnen Termen (Weidelt, 1997) :

- $\nabla^2 \mathbf{E}$ – Räumliche Abhängigkeit des Wellenfeldes,
- $\mu_0 \sigma i\omega \mathbf{E}$ – Zeitliche Änderung des Wellenfeldes,
- Induktive Dämpfung über \mathbf{j}_L , abhängig von der Leitfähigkeit,
- $-\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r \omega^2 \mathbf{E}$ – Zeitliche Änderung des Wellenfeldes,
- Wellenausbreitung über \mathbf{j}_V , abhängig von der Permittivität.

Der Ansatz einer harmonischen radialsymmetrischen Ortsabhängigkeit der elektrischen Feldstärke $\mathbf{E}(x, y, z) = \mathbf{E}(r, z)$ (Becker, 1973)

$$\mathbf{E}(\kappa, r) = \tilde{\mathbf{E}} \cdot e^{i\kappa r} \quad (2.14)$$

mit der horizontalen Wellenzahl κ

$$\kappa = \frac{2\pi}{l} \quad (2.15)$$

(in m^{-1}) und der Wellenlänge der horizontalen Variation l (in m) mit

\tilde{E} – Amplitude (A/m)

i – Imaginäre Zahl

r – Abstand (m)

führt auf die Helmholtz-Gleichung der Form

$$\partial_z^2 \tilde{E} = \gamma^2 \tilde{E} \quad (2.16)$$

mit der komplexen Ausbreitungskonstante γ (in m^{-1})

$$\gamma^2 = \kappa + i\omega\mu_0\sigma - \omega^2\mu_0\epsilon_0\epsilon_r. \quad (2.17)$$

Die Vielzahl der verschiedenen elektromagnetischen und geoelektrischen Anwendungen lässt sich mit Hilfe der komplexen Ausbreitungskonstante in drei Gruppen einteilen (Militzer, 1985; Weidelt, 1997). Die komplexe Ausbreitungskonstante setzt sich aus drei charakteristische Längen zusammen. Die dominante Länge, welche die kleinste der drei Längen ist, bestimmt die Ausbreitung der elektromagnetischen Welle. Unter Verwendung der bereits eingeführten horizontalen Wellenzahl κ (Gleichung (2.15)) und durch das Einführen der Eindringtiefe der elektromagnetischen Welle, der Skintiefe (McNeill, 1980)

$$\delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\mu_0\omega}} \quad (2.18)$$

und der Wellenlänge λ der ungedämpften Welle (Weidelt, 1997)

$$\lambda = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0\epsilon_r}}, \quad (2.19)$$

ergibt sich die komplexe Ausbreitungskonstante in Abhängigkeit der drei charakteristischen Längen (Telford, 1990)

$$\gamma^2 = \frac{4\pi^2}{l^2} + \frac{2i}{\delta^2} - \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \begin{cases} l \ll \delta, \lambda & \text{geometrische Sondierung,} \\ \delta \ll l, \lambda & \text{Frequenzsondierung,} \\ \lambda \ll l, \delta & \text{ungedämpfte Wellenausbreitung.} \end{cases} \quad (2.20)$$

$$\delta \ll l, \lambda \quad \text{Frequenzsondierung,} \quad (2.21)$$

$$\lambda \ll l, \delta \quad \text{ungedämpfte Wellenausbreitung.} \quad (2.22)$$

Die Kapazitive Geoelektrik wird, wie die Gleichstromgeoelektrik oder die Induzierte Polarisation, der geometrischen Sondierung (2.20) zugeordnet, da für die horizontale Wellenlänge $l \ll \delta, \lambda$ gilt und sie damit die komplexe Ausbreitungskonstante γ dominiert. Beispielsweise ergibt sich bei einer Messfrequenz von $f = 10\text{ Hz}$ unter der Annahme von Materialparametern, die typisch für Wassereis sind ($\epsilon_r(f) = 100$, $\rho(f) = 10^5 \Omega\text{m}$), auf der Untersuchungsskala von $l = 1\text{ m}$ für die charakteristischen Längen $l = 1\text{ m} \ll \delta \approx 5 \cdot 10^4\text{ m} \ll \lambda \approx 3 \cdot 10^6\text{ m}$.

Das Verhältnis bleibt auch bei Erhöhung der Messfrequenz auf $f = 100\text{ kHz}$ (bei $\epsilon_r(f) = 10$, $\rho(f) = 10^3 \Omega\text{m}$) erhalten $l = 1\text{ m} \ll \delta \approx 50\text{ m} \ll \lambda \approx 1 \cdot 10^3\text{ m}$. Daher kann im typischen Spektralbereich der Kapazitiven Geoelektrik davon ausgegangen werden, dass die Ausbreitung allein durch die geometrische Dämpfung bestimmt wird und damit von der Untersuchungsskala und nicht von der verwendeten Messfrequenz abhängt. Die Untersuchungsskala wird später in Abschnitt (2.6) in Form von Geometriefaktoren eingeführt.

2.1.2 Frequenzabhängigkeit und die rotationsstromfreie quasistationäre Näherung

Die Klassifizierung elektromagnetischer Methoden in der Geophysik erfolgt weiterhin nach der Zeit-, beziehungsweise Frequenzabhängigkeit, der verwendeten elektromagnetischen Felder. Je nach Frequenzabhängigkeit folgt eine Vernachlässigung der entsprechenden zeitabhängigen Terme der Maxwell-Gleichungen (2.3) und (2.4). Tabelle (2.1) bietet eine Übersicht über einige geophysikalische Messmethoden, die auf elektrischen, beziehungsweise elektromagnetischen Effekten beruhen, und ihre Klassifizierung. Die Methoden sind nach dem verwendeten Frequenzbereich in absteigender Reihenfolge, beginnend bei elektromagnetischen Methoden bis zur Geoelektrik, aufgelistet.

Wenn Wellenfelder zur Untersuchung des Untergrundes verwendet werden, dann beschreiben die vollständigen Maxwell-Gleichungen (2.3) und (2.4) die Prozesse im Boden. Es werden Leitungs-, Polarisations- und Induktionsströme berücksichtigt. Zu den so genannten Radiowellenmethoden gehört beispielsweise das Georadar. Klassifiziert wird diese Anwendung nach Militzer (1985) als Hochfrequenzmethode. Quasistationäre Felder sind frequenzabhängige elektromagnetische Felder mit vernachlässigbarem Wellencharakter (Abschnitt (2.1.1), Gleichung (2.20 - 2.22)). In vielen Anwendungen sind entweder Induktionsvorgänge oder Polarisationsvorgänge von Interesse, weshalb zwischen verschiebungsstromfreien quasistatischen Feldern und rotationsstromfreien Feldern unterschieden wird (Dirks, 1996). Nach Dirks (1996) ist die gesamte elektrische Feldstärke in einen quellenfreien Anteil \mathbf{E}_i und einen rotationsstromfreien Anteil \mathbf{E}_s separierbar

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_i + \mathbf{E}_s \quad (2.23)$$

mit

$$\nabla \cdot \mathbf{E}_i = 0 \quad (2.24)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}_s = 0, \quad (2.25)$$

wobei der Index i für Induktion und der Index s für quasistatisch steht. Abgesehen von der zeitlichen Fouriertransformation entspricht $\mathbf{E}_s(\omega, \mathbf{r})$ der elektrischen Feldstärke in der Elektrostatik $\mathbf{E}(\mathbf{r})$, weshalb sie als quasistationär bezeichnet wird. Verschiebungsstromfreie quasistationäre Felder werden in der gängigen Literatur (u.a. Patra, 1980; Telford, 1990; Lautz, 1985) kurz als quasistationäre Felder bezeichnet. Unter der Annahme guter Leiter, vernachlässigbarer Polarisation und moderaten Frequenzen vereinfachen sich die Maxwell-Gleichungen (2.3) und (2.4) in der verschiebungsstromfreien Näherung zu (Telford, 1990)

$$\nabla \times \mathbf{H} = j_L = \sigma \mathbf{E} \quad (2.26)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -i\omega \mathbf{B}. \quad (2.27)$$

Gleichungen (2.26) und (2.27) sind miteinander gekoppelt und können daher nur gemeinsam gelöst werden. Sie finden Anwendung in den Induktionsmethoden (Tabelle 2.1) wie beispielsweise der Magneto-Tellurik (Militzer, 1985). Als Quelle oder Anregung werden in der Magneto-Tellurik natürliche räumlich homogene und zeitlich variable Magnetfelder genutzt. Im Sinne der komplexen Ausbreitungskonstante γ (Abschnitt 2.1.1) findet eine

Frequenzsondierung statt (Abschnitt 2.1.1, Gleichung (2.21)). Werden hingegen Spulen als inhomogene Quelle für die Sondierung verwendet, dann beschränkt sich das untersuchte Gebiet auf die Ausmaße des Spulensystems und entspricht damit einer geometrischen Sondierung (Abschnitt 2.1.1, Gleichung (2.20)).

Tabelle 2.1: Einteilung von elektromagnetischen Methoden in Frequenzbereiche und damit einhergehende Vereinfachung der Maxwell-Gleichungen (2.3) und (2.4) (modifiziert nach Miltner (1985)).

Feld	$\nabla \times \mathbf{H}$	$\nabla \times \mathbf{E}$	Methode	Klassifizierung	
Wellen	$\mathbf{j}_L + i\omega \mathbf{D}$	$-i\omega \mathbf{B}$	Radiowellenmethoden, Georadar	Hochfrequenzmethoden	} Elektro-magnetik
Quasistationär polarisationsstromfrei	\mathbf{j}_L	$-i\omega \mathbf{B}$	Induktionsmethoden, Magneto-Tellurik	Niederfrequenzmethoden	
Quasistationär rotationsstromfrei	$\mathbf{j}_L + i\omega \mathbf{D}_s$	0	Kapazitive Geoelektrik, Induzierte Polarisation		} Geoelektrik
Stationär	\mathbf{j}_L	0	Gleichstromgeoelektrik	Gleichstrommethoden	
Statisch	0	0	Eigenpotential		

Die Kapazitive Geoelektrik ist wie die Induzierte Polarisation eine Niederfrequenzmethode (Tabelle 2.1). Da Elektroden-Anordnungen wie Konfigurationen aus Spulen inhomogene Quellen erzeugen, beschränkt sich auch hier das untersuchte Gebiet auf die Ausmaße des Elektrodensystems. Damit wird die Kapazitive Geoelektrik der geometrischen Sondierung (Abschnitt 2.1.1, Gleichung (2.20)) zugeordnet.

Neben Leitungsmechanismen sind in der vorliegenden Arbeit insbesondere Polarisationseffekte, verursacht durch den rotationsstromfreien Anteil der elektrischen Feldstärke \mathbf{E}_s , von Interesse. Induktionsvorgänge sind in der verwendeten Näherung von untergeordneter Bedeutung, weshalb von rotationsstromfreien quasistationären Feldern (Dirks, 1996) ausgegangen wird (Kuras et al., 2006). Mit dem Separationsansatz aus Gleichung (2.23) reduzieren sich die vollständigen Maxwell-Gleichungen (2.3) und (2.4) in der rotationsstromfreien Näherung zu (Dirks, 1996)

$$\nabla \times \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E}_s + i\omega \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E}_s \quad (2.28)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}_s = 0 \quad (2.29)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D}_s = q \quad (2.30)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (2.31)$$

Die elektrische Feldstärke \mathbf{E}_s ist von der magnetischen Feldstärke entkoppelt, so dass die magnetische Feldstärke zum Lösen des Gleichungssystems (2.28 - 2.31) nicht benötigt wird. Wie alle Näherungen der Maxwell-Gleichungen gelten auch die Lösungen der rotationsstromfreien quasistationären Näherung nur innerhalb bestimmter Grenzen. McNeill (1980) hat die niedrige Induktionszahl eingeführt, die den Gültigkeitsbereich der Näherung in Abhängigkeit

der Skala des untersuchten Gebietes,

der verwendeten Frequenz

und den materialspezifischen Parametern

eingrenzt. Die Induktionszahl ist definiert als Quotient aus der räumlichen Skala des untersuchten Gebietes L (Gleichung (2.15)) und der Skintiefe δ (Gleichung (2.18)) des elektromagnetischen Feldes. Unter der Annahme niedriger Induktionszahlen B_{ind} (McNeill, 1980)

$$B_{ind} = \frac{L}{\delta} \ll 1, \quad (2.32)$$

können Induktionsvorgänge im Untergrund vollständig vernachlässigt werden. Der rechte, im allgemeinen zeitabhängige Term der Maxwell-Gleichung (2.4) ist dann vernachlässigbar, so dass die Rotation des elektrischen Feldes verschwindet und Gleichung (2.44) gilt. Unter der Annahme typischer Grenzwerte, die in dieser Arbeit erwartet werden $\rho = 10 \text{ k}\Omega\text{m}$, $f = 200 \text{ kHz}$ und einer Längenskala von 5 m, beträgt die Induktionszahl 0,04 und ist viel kleiner als Eins. Die elektrische Feldstärke ist daher konservativ und lässt sich durch ein skalares Potential V bestimmen (Dirks, 1996)

$$\mathbf{E}_s = -\nabla V. \quad (2.33)$$

Gleichung (2.33) gilt uneingeschränkt für die Gleichstrommethoden der Geoelektrik (Tabelle (2.1)). Stationäre Felder propagieren allein über Leitungsströme, so dass sich die Maxwell-Gleichungen auf den Leitungsterm reduzieren. Statische Felder werden allein durch die Anwesenheit einer stationären Ladung aufrecht erhalten. Das Konzept der statischen und stationären Ladung ist die theoretische Grundlage aller Methoden der Geoelektrik.

2.1.3 Komplexe Materialparameter

Die Abhängigkeit der ersten Maxwell-Gleichung in der rotationsstromlosen quasistationären Näherung (Gleichung (2.28)) reduziert sich auf die quasistatische elektrische Feldstärke \mathbf{E}_s , so dass die materialspezifischen Vorfaktoren von \mathbf{E}_s zur komplexen Leitfähigkeit (u.a. Petrenko und Whitworth, 1999)

$$\sigma^*(\omega) = \sigma(\omega) + i\omega\epsilon_0\epsilon_r(\omega) \quad (2.34)$$

$$= \sigma'(\omega) + i\sigma''(\omega) \quad (2.35)$$

zusammengefasst werden können. Real- $\sigma'(\omega)$ und Imaginärteil $\sigma''(\omega)$ sind reelle Größen und repräsentieren die Eigenschaft der Leitung und Speicherung von Energie im Material. Die komplexe Leitfähigkeit σ^* oder der komplexe spezifische Widerstand $\rho^*(\omega) = 1/\sigma^*(\omega)$ werden typischerweise dann zur Beschreibung von frequenzabhängigen Materialien verwendet, wenn Leitungsmechanismen die kapazitive Eigenschaft im Material dominieren. Dieser Fall tritt eher im niederfrequenten Bereich bis zu wenigen Herz (Loewer et al., 2017) ein. Unter der Verwendung größerer Messfrequenzen gewinnt der Anteil der Energiespeicherung an Bedeutung, da er proportional zu ω ist. In diesem Fall wird die komplexe relative Permittivität zur Beschreibung der Prozesse im Untergrund bevorzugt.

Die komplexe Permittivität und die komplexe Leitfähigkeit sind über die Kramers-Kronik Relation (u.a. Loewer et al., 2017)

$$\epsilon_r^*(\omega) = \frac{\sigma^*(\omega)}{i\omega\epsilon_0} \quad (2.36)$$

miteinander verknüpft. In der vorliegenden Arbeit wird die komplexe Permittivität zur Beschreibung der Dispersion verwendet (Grard, 1990)

$$\epsilon_r^*(\omega) = \epsilon_r - i \frac{\sigma}{\omega\epsilon_0} \quad (2.37)$$

$$= \epsilon_r'(\omega) - i\epsilon_r''(\omega). \quad (2.38)$$

Der Realteil $\epsilon_r'(\omega)$ und der Imaginärteil $\epsilon_r''(\omega)$ sind dabei reelle Größen.

2.1.3.1 Effektive Materialparameter

Im verlustbehafteten Material, mit leitenden und dielektrischen Eigenschaften, können an Stelle der komplexen Materialparameter (2.35) und (2.38) effektive Größen verwendet werden (u.a. Loewer et al., 2017).

Die effektive Leitfähigkeit

$$\sigma_{eff}(\omega) = \sigma'(\omega) + \omega\epsilon_0\epsilon_r''(\omega) \quad (2.39)$$

und die effektive Permittivität

$$\epsilon_{r,eff}(\omega) = \epsilon_r'(\omega) + \frac{\sigma''(\omega)}{\omega\epsilon_0} \quad (2.40)$$

sind im Gegensatz zu den komplexen Größen (2.35) und (2.38) entweder phasengleich oder phasenverschoben zur anregenden elektrischen Feldstärke. In vielen Fällen kann die Leitfähigkeit als frequenzunabhängig und reell angenommen werden. Beispielsweise wenn sie von der Salinität einer (gespeicherten Poren-) Flüssigkeit abhängt. Die effektiven Größen $\sigma_{eff}(\omega)$ und $\epsilon_{r,eff}(\omega)$ können zur komplexen effektiven Permittivität zusammengefasst werden (Petrenko und Whitworth, 1999)

$$\epsilon_{r,eff}^*(\omega) = \epsilon_r' - i \left(\epsilon_r'' + \frac{\sigma_{DC}}{\omega\epsilon_0} \right), \quad (2.41)$$

wobei σ_{DC} die elektrische Volumenleitfähigkeit (*engl. bulk conductivity*) ist.

2.1.3.2 Die Permittivität in der Hydrogeophysik und Permafrostforschung

Der Realteil der komplexen effektiven Permittivität (2.41) $\epsilon_r'(\omega)$ wird für Frequenzen ab 1GHz auch als Dielektrizitätskonstante ϵ_r bezeichnet, da für viele in der Geophysik relevante Materialien im GHz-Bereich ein konstanter Hochfrequenzgrenzwert eintritt (Jol, 2008). Für Frischwasser beträgt die Dielektrizitätskonstante $\epsilon_r \approx 80$ und ist aufgrund der molekularen Dipolstruktur im Vergleich zu anderen Materialien groß (u.a. Hobbs, 2010). Der Wert von trockenem Quarzsand liegt beispielsweise zwischen $\epsilon_r = 4...8$ (u.a. Telford, 1990). In dieser Arbeit wird ein Frequenzband untersucht, in dem eine besonders hohe

Dynamik erwartet wird, weshalb die Permittivität stets als komplexe relative Permittivität $\epsilon_{r,eff}^*(\omega)$ und nicht als Konstante aufgefasst wird.

Neben der Frequenz hängt die relative Permittivität im Allgemeinen auch von der Temperatur T ab. Insbesondere in der Permafrostforschung ist die Temperaturabhängigkeit ein wichtiger Gegenstand der aktuellen Forschung und wird überwiegend durch Laborstudien (Bittelli et al. (2004), Seshadri et al. (2008), Stillman und Grimm (2010), Angulo-Sherman und Mercado-Urbe (2011), Stillman et al. (2013)) oder durch permanentes Monitoring im Feld (Hauck (2002), Hauck und Vonder Mühll (2003), Lewkowicz et al. (2011)) untersucht. Der Schwerpunkt dieser Arbeit liegt auf der spektralen Bestimmung der elektrischen Parameter zwischen 20 Hz und 240 kHz. Insbesondere die verschiedenen Vorkommen von Wasser hängen, bedingt durch den Dipolcharakter der Moleküle (Petrenko und Whitworth (1999), Hobbs (2010)), stark von der Messfrequenz ab.

Da die elektrischen Parameter weiterhin auch vom Ionengehalt beeinflusst werden, können sie, je nach Temperatur, Messfrequenz und Ionengehalt, über mehrere Größenordnungen variieren. Abbildung (2.1) bietet einen Überblick über den Wertebereich der elektrischen Parameter von Wasser in verschiedenen Vorkommen. Die Leitfähigkeit erstreckt sich über dreizehn Dekaden von 10^1 bis 10^{-12} S/m. Während Salzwasser oder Meerwasser aufgrund der hohen Ionenkonzentration am besten leitet ($\sigma \approx 1 - 10$ S/m), kann Frischwasser bei extrem tiefen Temperaturen spezifische Widerstände bis zu mehreren GΩm annehmen.

Der Realteil der komplexen relativen Permittivität erstreckt sich für die verschiedenen Vorkommen von Wasser über einen Wertebereich von sieben Größenordnungen. Angefangen bei der frequenzunabhängigen Dielektrizitätskonstante im Vakuum $\epsilon'_{r,Vak} = 1$ erreicht die relative Permittivität von Permafrost Werte bis zu $\epsilon'_r = 1000000$. Der große Wertebereich enthält dabei die Abhängigkeit von der Temperatur, der Ionenkonzentration und der Frequenz.

In dem Temperaturintervall von ca. -10°C bis $+10^\circ\text{C}$, das für diese Arbeit relevant ist, steigt die Leitfähigkeit bei steigender Temperatur, Ionenkonzentration und Messfrequenz. Angedeutet wird die Erhöhung durch die schwarze Schattierung der einzelnen Parameterbereiche. Die Permittivität steigt bei Erhöhung der Temperatur und Ionenkonzentration und sinkt bei Erhöhung der Messfrequenz. Angedeutet wird dieser Bereich durch die schwarze Schattierung der einzelnen Parameterbereiche.

In der Hydrogeophysik und in der Permafrostforschung sind die elektrischen Parameter gut geeignet, um Aussagen über den oberflächennahen Untergrund zu treffen. Salz- oder Frischwasser besitzen einen besonders niedrigen spezifischen Widerstand und sind damit von anderen Materialien leicht unterscheidbar. Frischwasserweis geht mit hohen spezifischen Widerständen einher.

Wenn neben der Information über den spezifischen Widerstand zusätzlich die relative Permittivität bekannt ist, können die Aussagen über den oberflächennahen Untergrund mit größerer Sicherheit getroffen werden, da die relative Permittivität von Wasser im Vergleich zu anderen Materialien groß und damit gut von anderen Materialien unterscheidbar ist. Gleiches gilt für Wassereis. Weiterhin liefern spektrale Messungen insbesondere im Frequenzband zwischen 100 Hz – 100 kHz charakteristische Spektren, aus denen typische Grenzwerte abgeleitet werden können. Die dafür benötigten Modelle werden in Kapitel 3 Abschnitt 3.3 vorgestellt.

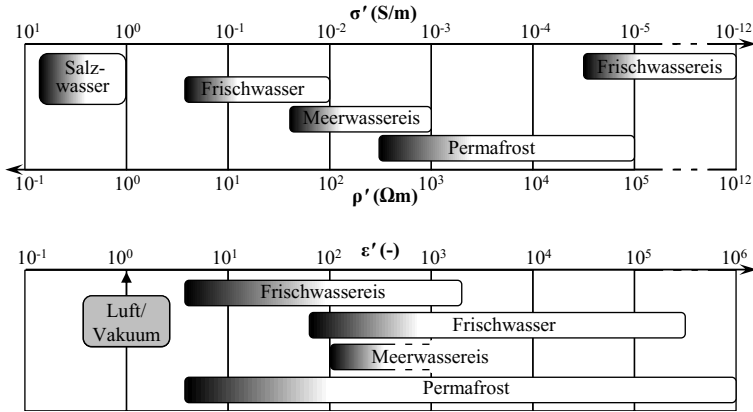


Abbildung 2.1: Oben: Realteil der komplexen Leitfähigkeit, beziehungsweise des spezifischen Widerstandes, für verschiedenen Vorkommen von Wasser. Unten: Realteil der komplexen relativen Permittivität für verschiedene Vorkommen von Wasser. Zu beachten sind die verschieden skalierten x-Achsen der beiden Graphen. Die Schattierung innerhalb der einzelnen Materialien deutet auf die Abhängigkeit von der Frequenz, der Ionenkonzentration und Temperatur hin. Schwarz: $f \rightarrow 1$ MHz; Verunreinigungen $\rightarrow 0$ mg/mol; T (K) niedrig (für Salz- und Frischwasser $T \rightarrow 273$ (K), für Eis $T \rightarrow 200$ (K)), Weiß: $f \rightarrow 0$ Hz; Verunreinigungen > 0 mg/mol; T (K) hoch (für Salz- und Frischwasser $T \rightarrow 293$ (K), für Eis $T \rightarrow 273$ (K)). Quellen σ' : Salz-/Meerwasser aus u.a. Palacky (1988); Frischwasser aus Palacky (1988); Frischwassereis aus Takei und Maeno (1997); Permafrost aus Krautblatter et al. (2010) und Kneisel et al. (2008). ϵ' : Vakuum aus u.a. Jackson (1999); Salz- und Meerwasser aus Hallikainen und Winebrenner (1992); Frischwasser aus Angulo-Sherman und Mercado-Urbe (2011); Frischwassereis aus Takei und Maeno (1997); Permafrost aus Seshadri et al. (2008).

2.2 Grundgleichungen der Goelektrik

Nachdem die allgemeinen Merkmale der Kapazitiven Goelektrik anhand der Sondierungsart, der Frequenzabhängigkeit und der zu bestimmenden elektrischen Parameter erläutert wurden, folgt in diesem Abschnitt die Potentialtheorie, der die Kapazitive Goelektrik zu Grunde liegt.

In einem isotropen Material gilt am Ort der Quellen und Senken, die in der Praxis durch Elektroden-Systeme beliebiger Art realisiert werden (Grard und Tabbagh, 1991), nach Gleichung (2.6) und (2.8), dass die Divergenz der elektrischen Feldstärke über die elektrische Permittivität mit der Raumladungsdichte verknüpft ist (Militzer, 1985)

$$\nabla \cdot \mathbf{E}_s = \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon_r} q. \quad (2.42)$$

Durch Einsetzen von Gleichung (2.33) ergibt sich die Poisson-Gleichung. Es handelt sich

um die allgemeine Grundgleichung der Geoelektrik (Telford, 1990)

$$\nabla \cdot \nabla V = \nabla^2 V = -\frac{1}{\epsilon_0 \epsilon_r} q. \quad (2.43)$$

An jedem beliebigen anderen Ort innerhalb des Materials, gilt unter Raumladungsfreiheit ($q = 0$) (Telford, 1990)

$$\nabla \cdot \mathbf{E}_s = 0. \quad (2.44)$$

Die Poisson-Gleichung vereinfacht sich damit und es gilt die Laplace-Gleichung (Telford, 1990)

$$(\nabla^2 V) = \Delta V = 0. \quad (2.45)$$

In der Kapazitiven Geoelektrik wird nach komplexen Potentialen gesucht, die die Laplace-Gleichung (2.45) erfüllen. Dafür wird der Raum in Abschnitte unterteilt, in denen ρ und ϵ_r konstant sind. Danach wird die Laplace-Gleichung an den Grenzflächen mit Hilfe geeigneter Randbedingungen gelöst.

Da im Folgenden nur noch die rotationsstromfreie quasistationäre elektrische Feldstärke relevant ist, wird auf den Index s verzichtet $\mathbf{E} = \mathbf{E}_s$.

2.3 Potential einer Punktladung über der Grenzfläche eines dielektischen Halbraumes

Die Lösung einer Potentialmessung mittels kapazitiv angekoppelter Elektroden über der Grenzfläche eines homogenen Halbraumes wurde erstmals von Grard (1990) vorgestellt. Mit dem elektrostatischen Ansatz der Spiegelladungen (Sommerfeld, 1961; Becker, 1973) werden Quellen als Punktladungen angenommen. Voraussetzung für die Anwendbarkeit auf reale räumlich ausgedehnte kapazitiv angekoppelte Elektroden ist, dass die Ausdehnung der Elektroden kleiner ist als die Skala der gesamten Elektroden-Auslage. Wie in Abbildung 2.2 dargestellt, wird ein Halbraum angenommen, der aus Medium 1 mit der elektrischen Permittivität $\epsilon_1 = \epsilon_0 \epsilon_{r1}$ und Medium 2 mit der elektrischen Permittivität $\epsilon_2 = \epsilon_0 \epsilon_{r2} > \epsilon_1$ besteht. Oberhalb der Grenzfläche befindet sich eine Punktladung Q am Ort C im Abstand h zur Grenzfläche. Gesucht wird das Potential V im Punkt P .

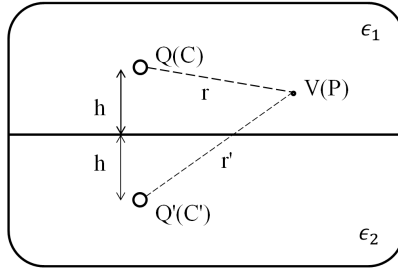


Abbildung 2.2: Prinzip der Spiegelladungen zur Bestimmung von $V(P)$. Gezeigt ist eine Punktladung Q im Abstand h oberhalb der Grenzfläche eines homogenen Halbraumes (Medium 1) und ihre Spiegelladung Q' (Medium 2).

Das Potential $V_Q(r)$ wird unter der Annahme bestimmt, der gesamte Raum bestünde aus Material 1 wie in Abbildung 2.3(a) skizziert und ergibt sich zu

$$V_Q(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_1} \frac{1}{r}. \quad (2.46)$$

$V_Q(r)$ entspricht dem Potential einer Punktladung in Luft oder im Vakuum im Abstand r zur Punktladung Q . Um den Einfluss von Material 2 zu berücksichtigen, wird die fiktive Spiegelladung $-Q'(C')$ eingeführt. Mit Hilfe von $-Q'$ werden später die Randbedingungen an der Grenzfläche gelöst. Unter der Annahme der gesamte Raum bestünde aus Material 1, wie in Abbildung 2.3(b) skizziert, ergibt sich das Potential

$$V_{Q'}(r') = -\frac{Q'}{4\pi\epsilon_1} \frac{1}{r'}. \quad (2.47)$$

Durch Superposition ergibt sich das Potential $V(P)$ oberhalb der Grenzfläche

$$V_P(r, r') = V_Q(r) + V_{Q'}(r') \quad (2.48)$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_1} \left(\frac{Q}{r} - \frac{Q'}{r'} \right). \quad (2.49)$$

Für die Bestimmung von Q' wird angenommen, der gesamte Raum bestünde aus Material 2 wie in Abbildung 2.3(c) skizziert. Eine weitere fiktive Punktladung Q'' bewirkt im Abstand r das Potential

$$V_{Q''}(r) = \frac{Q''}{4\pi\epsilon_2} \frac{1}{r}. \quad (2.50)$$

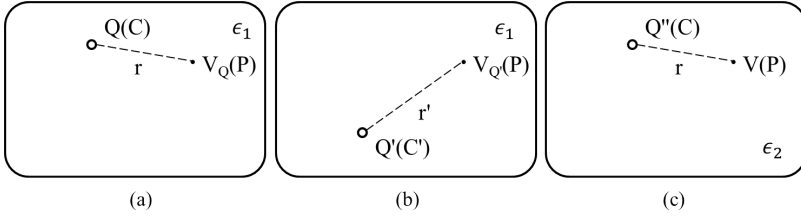


Abbildung 2.3: Skizzierte Annahmen zur Bestimmung der Potentiale (a) $V_Q(r)$ im Vollraum mit ϵ_1 , (b) $V_{Q'}(r')$ im Vollraum mit ϵ_1 und (c) $V_{Q''}(r)$ im Vollraum mit ϵ_2 .

Die noch unbestimmte Spiegelladung Q' wird ermittelt, indem $V_{Q'}$ und $V(P)$ am Ort $r = r'$ unter Berücksichtigung der folgenden Randbedingungen gleichgesetzt werden: Aus der Rotationsfreiheit des elektrischen Feldes $\nabla \times \mathbf{E} = 0$ (2.29) folgt die Stetigkeit der Tangentialkomponenten E_{t1} und E_{t2} von \mathbf{E} (u.a. Lautz, 1985)

$$\text{Randbedingung 1 : } E_{t1} = E_{t2}. \quad (2.51)$$

Aus der Quellenfreiheit von Rotationsfeldern innerhalb eines Materials folgt aus $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ (2.44) die Stetigkeit der Normalkomponente der elektrischen Verschiebungsdichte (u.a. Lautz, 1985)

$$\text{Randbedingung 2 : } D_{n1} = D_{n2} \quad (2.52)$$

in dielektrischen Medien. Aus Randbedingung 1 folgt mit $\mathbf{E} = -\nabla V$ (2.29) bei $r' = r$ Stetigkeit der Potentiale $V_1 = V_2$, beziehungsweise $V_{Q'} = V(P)$ beim Durchgang durch die Grenzfläche

$$\frac{1}{\epsilon_2} Q'' = -\frac{1}{\epsilon_1} (Q' - Q). \quad (2.53)$$

Aus Randbedingung 2 folgt

$$Q'' = Q' + Q. \quad (2.54)$$

Die Spiegelladung Q' ergibt sich aus Gleichung (2.53) und (2.54)

$$Q' = \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{\epsilon_2 + \epsilon_1} Q. \quad (2.55)$$

Q' setzt sich aus der realen Punktladung Q und einem Quotienten zusammen, welcher ausschließlich von den dielektrischen Parametern des Halbraumes abhängt (Grard, 1990)

$$\alpha = \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{\epsilon_2 + \epsilon_1} \quad (2.56)$$

und als Reflexionskoeffizient bezeichnet wird. In einem Halbraum, der sich aus einem komplexen Material (2.1.3), Gleichung (2.38)) zusammensetzt, wird der Reflexionskoeffizient komplex (Grard, 1990)

$$\alpha^* = \frac{\epsilon_2^* - \epsilon_1^*}{\epsilon_2^* + \epsilon_1^*}. \quad (2.57)$$

Einsetzen in Gleichung (2.49) liefert das gesuchte Potential (Grard, 1990)

$$V^*(r, r') = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} - \alpha^* \frac{1}{r'} \right) \quad (2.58)$$

oberhalb der Grenzfläche eines homogenen Halbraumes, der sich aus homogenen dielektrischen Medien zusammensetzt. In der Praxis besteht der obere Halbraum aus Vakuum oder Luft, so dass sich ϵ_1 auf die Permittivität des Vakuums ϵ_0 reduziert.

2.4 Elektrostatistisches Potential an der Grenzfläche eines homogenen Halbraumes

Die Bestimmung der elektrischen Parameter eines Untergrundes erfolgt in der Praxis mit einer Elektrodenkonfiguration aus vier Elektroden (Parasnis, 1986; Weidelt, 1997). Der schematische Aufbau ist in Abbildung 2.4 skizziert. Zwei Stromelektroden, C_1 und C_2 , sind durch unterschiedliche Polung mit den statischen Ladungen $+Q$ und $-Q$ behaftet und prägen entsprechend elektrische Felder in den Untergrund ein. Zwei weitere Elektroden, die Potentialelektroden P_1 und P_2 , messen die von den Stromelektroden verursachte Potentialdifferenz $\Delta V = V_2 - V_1$.

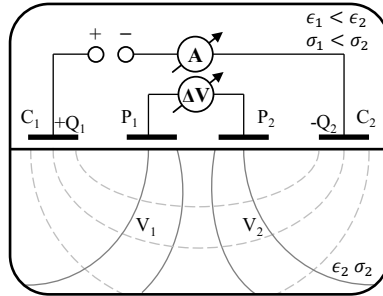


Abbildung 2.4: Schematische Darstellung einer kapazitiv angekoppelten 4-Punkt-Anordnung zur Messung der elektrischen Parameter ϵ_2 und σ_2 über der Grenzfläche eines homogenen Halbraumes. Die Stromeinspeisung und -messung erfolgt über zwei Elektroden C_1 und C_2 . Potentiale werden mit den Elektroden P_1 und P_2 gemessen. Im unteren Halbraum sind die eingeprägte elektrische Feldstärke (durchgezogene Linien) und darauf senkrecht stehende Äquipotentiallinien (gestrichelte Linien) skizziert.

Die gemessene Spannung resultiert aus der Superposition zweier einzelner Potentiale (Gleichung (2.58)) und lautet nach Grard (1990)

$$\Delta V^* = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\left(\frac{1}{r_{11}} - \frac{1}{r_{21}} - \frac{1}{r_{12}} + \frac{1}{r_{22}} \right) - \alpha^* \left(\frac{1}{r'_{11}} - \frac{1}{r'_{21}} - \frac{1}{r'_{12}} + \frac{1}{r'_{22}} \right) \right) \quad (2.59)$$

dabei sind $r_{11} \dots r_{22}$ Distanzen zwischen den Ladungen auf den Stromelektroden und Potentialelektroden und $r'_{11} \dots r'_{22}$ bezeichnen Strecken zwischen den fiktiven Spiegelladungen und den Potentialelektroden. Die Definitionen lauten (Grard, 1990)

$$\begin{array}{ll} r_{11} & \text{---} \overline{C1P1} & r'_{11} & \text{---} \overline{C1'P1} \\ r_{21} & \text{---} \overline{C1P2} & r'_{21} & \text{---} \overline{C1'P2} \\ r_{12} & \text{---} \overline{C2P1} & r'_{12} & \text{---} \overline{C2'P1} \\ r_{22} & \text{---} \overline{C2P2} & r'_{22} & \text{---} \overline{C2'P2}. \end{array}$$

Die Distanzen $r_{11} \dots r_{22}$ und $r'_{11} \dots r'_{22}$ werden von Grard (1990) und (Kuras et al., 2006) zu einer dimensionslosen Größe zusammengefasst, der als elektrostatischer Geometriefaktor

$$K^{ES} = \frac{\frac{1}{r'_{11}} - \frac{1}{r'_{21}} - \frac{1}{r'_{12}} + \frac{1}{r'_{22}}}{\frac{1}{r_{11}} - \frac{1}{r_{21}} - \frac{1}{r_{12}} + \frac{1}{r_{22}}} \quad (2.60)$$

bezeichnet wird. Wenn sich alle Elektroden genau auf der Grenzfläche des Halbraumes befinden, entsprechen die Distanzen r' den Distanzen r und somit ist $K^{ES} = 1$. Weiterhin definieren Kuras et al. (2006) die formale Vakuumkapazität (in F)

$$C_0 = \frac{4\pi\epsilon_0}{\frac{1}{r_{11}} - \frac{1}{r_{21}} - \frac{1}{r_{12}} + \frac{1}{r_{22}}}, \quad (2.61)$$

die der Kapazität der Elektrodenkonfiguration in Vakuum entspricht. Die elektrostatische Potentialdifferenz lautet dann (Kuras et al., 2006)

$$\Delta V^* = \frac{Q}{C_0} (1 - \alpha^* K^{ES}). \quad (2.62)$$

2.5 4-Punkt-Impedanz über der Grenzfläche eines homogenen Halbraumes

Um die Zeitabhängigkeit des Potentials einzuführen, wird ein alternierender Strom $I(t)$ angenommen, der an den Stromelektroden C_1 und C_2 (Abbildung 2.4) anliegt und instantan auf den Elektroden die Ladungen $+Q_1(t) = -Q_2(t)$ hervorruft. Die Beträge der Ladungen sind zu jedem Zeitpunkt gleich groß $|Q_1(t)| = |Q_2(t)| = |Q(t)|$. Über die Definition des elektrischen Stromes (u.a. Becker, 1973)

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad (2.63)$$

wird die Ladung durch Integration über die Zeit und anschließende Fouriertransformation bestimmt (Kuras et al., 2006)

$$Q(t) = \int_{t_0}^t I(\tilde{t}) d\tilde{t} \quad (2.64)$$

$$= \frac{1}{i\omega} I(t) + Q(t_0). \quad (2.65)$$

Die Integrationskonstante entspricht der Ladung zur Zeit t_0 und wird als Null angenommen. Durch Einsetzen in das elektrostatische Potential (2.68) ergibt sich das frequenzabhängige Potential in quasistatischer Näherung

$$\Delta V^* = \frac{I}{i\omega C_0} \left(1 - \alpha^* K^{ES} \right). \quad (2.66)$$

Mit dem Ohm'schen Gesetz in makroskopischer Form (u.a. Demtroeder, 1995)

$$\Delta V = U = Z \cdot I \quad (2.67)$$

lautet die 4-Punkt-Impedanz (Kuras et al., 2006)

$$Z = \frac{1}{i\omega C_0} \left(1 - \alpha^* K^{ES} \right). \quad (2.68)$$

Mit der Definition der Impedanz im Vakuum (u.a. Demtroeder, 1995)

$$Z_0 = \frac{1}{i\omega C_0} \quad (2.69)$$

vereinfacht sich die 4-Punkt-Impedanz zu (Grard, 1990; Kuras et al., 2006)

$$Z = Z_0 \left(1 - \alpha^* K^{ES} \right). \quad (2.70)$$

Die Impedanz hängt folglich von vier Parametern ab:

1. Von der bekannten Messfrequenz ω ($Z_0 = Z_0(\omega)$; $\alpha^* = \alpha^*(\omega)$; $Z = Z(\omega)$),
2. der formalen Impedanz des Vakuums Z_0 ,
3. dem unbekannten Reflexionskoeffizienten α^* , der sich aus den gesuchten elektrischen Parametern des Untergrundes zusammensetzt
4. und dem teilweise bekannten dimensionslosen elektrostatischen Geometriefaktor K^{ES} .

2.6 Geometriefaktoren

Einer der Schwerpunkte dieser Arbeit ist die theoretische und experimentelle Analyse vom Einfluss der Elektrodenhöhe h auf die 4-Punkt-Impedanz und in dem Zusammenhang die Auflösbarkeit der elektrischen Parameter $\epsilon_r(\omega)$ und $\sigma(\omega)$ beziehungsweise $\rho(\omega)$.

Theoretisch ist bekannt, dass der Abstand zwischen den kapazitiv angekoppelten Elektroden und der Oberfläche des Untergrundes die 4-Punkt-Impedanz stark beeinflussen kann (Grard, 1990; Kuras et al., 2006). Der elektrostatische Geometriefaktor K^{ES} nach Grard (1990) kombiniert messbare Distanzen zwischen den Elektroden in der horizontalen Ebene ($r_{11} \dots r_{22}$) mit nicht messbaren ($r'_{11} \dots r'_{22}$) und nur schwer messbaren Distanzen (h) in der vertikalen Ebene.

In Abbildung 2.8 sind alle relevanten Abstände einer 4-Punkt-Anordnung an der Grenze

eines homogenen Halbraumes zwischen den Stromelektroden (C_1 und C_2), den Spiegel-
ladungen der Stromelektroden (C'_1 und C'_2) und den Potentialelektroden (P_1 und P_2) dar-
gestellt. Messbare Distanzen sind mit durchgezogenen Linien und unbekannte Distanzen
sind mit gestrichelten Linien skizziert.

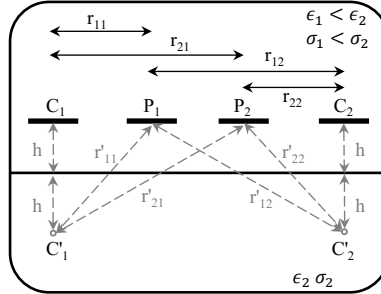


Abbildung 2.5: Schematische Darstellung einer 4-Punkt-Anordnung mit bekannten Di-
stanzen (durchgezogene Linien) $r_{11} \dots r_{22}$, unbekannten Distanzen (gestrichelte Linien)
 $r'_{11} \dots r'_{22}$ und der unbekannten Elektrodenhöhe h .

2.6.1 Der Gleichstromgeometriefaktor

In dieser Arbeit ist es zweckmäßig zwischen der horizontalen und vertikalen Messgeo-
metrie zu unterscheiden. Aus diesem Grund wird der elektrostatische Geometriefaktor
 K^{ES} nach Grard (1990) in horizontale und vertikale Komponenten separiert, so dass der
Einfluss der vertikalen Geometrie auf die 4-Punkt-Impedanz gesondert analysiert wer-
den kann. Dafür werden die messbaren Abstände $r_{11} \dots r_{22}$ in der horizontalen Ebene zum
üblichen allgemeinen Gleichstromgeometriefaktor (u.a. Parasnis, 1986)

$$K = \frac{2\pi}{\frac{1}{r_{11}} - \frac{1}{r_{21}} - \frac{1}{r_{12}} + \frac{1}{r_{22}}} \quad (2.71)$$

zusammengefasst, der in Metern angegeben wird.

In dieser Arbeit werden zwei Elektroden-Konfigurationen verwendet. Es handelt sich
um die Wenner-Anordnung und die äquatoriale Dipol-Dipol-Anordnung. Die Wenner-
Anordnung ist besonders für Kartierungen geeignet. Der Elektrodenabstand wird zu die-
sem Zweck nicht verändert und die 4-Punkt-Anordnung wird entlang eines Profils ver-
setzt. Die abgeschätzte Eindringtiefe beträgt in Wenner-Anordnung (Miltzer, 1985)

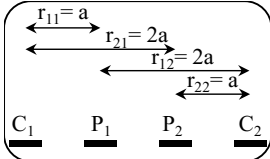
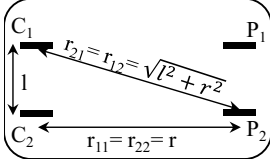
$$\frac{\overline{C_1 C_2}}{3} = a. \quad (2.72)$$

Die äquitoriale Dipol-Dipol-Anordnung wird häufig für Tiefensondierungen verwendet, da mit ihr Messungen mit großer Eindringtiefe möglich sind (Militzer, 1985)

$$\sqrt{\left(\frac{C_1 C_2}{2}\right)^2 + r^2} = \sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 + r^2}. \quad (2.73)$$

In Tabelle 2.2 sind die Elektroden-Konfigurationen skizziert.

Tabelle 2.2: Gleichstromgeometriefaktoren, die in dieser Arbeit verwendet werden. In der linken Spalte sind die beiden Konfigurationen aufgeführt, in der Mitte sind Skizzen der Konfigurationen gezeigt und in der rechten Spalte befinden sich die Gleichungen, mit denen die Gleichstromgeometriefaktoren der beiden Konfigurationen berechnet werden.

Konfiguration	Skizze	$K(m)$
Wenner		$2\pi a \quad (2.74)$
äquitorial Dipol-Dipol		$\frac{\pi}{\frac{1}{r} - \frac{1}{\sqrt{l^2 + r^2}}} \quad (2.75)$

Der Gleichstromgeometriefaktor vereinfacht sich in der Wenner-Anordnung, da die vier Elektroden äquidistant auf einer geraden Linie platziert werden. Mit dem Elektrodenabstand a ergibt sich Gleichung (2.74) (u.a. Parasnis, 1986). In der äquitorialen Dipol-Dipol-Anordnung reduzieren sich die Abstände der Elektroden auf die zueinander senkrecht stehenden Längen r und l . Der Transmitter-Dipol besteht aus den beiden Stromelektroden C_1 und C_2 , der Empfänger-Dipol aus den Potentialelektroden P_1 und P_2 . Wenn der Abstand zwischen den Elektroden der einzelnen Dipole als l und der Abstand zwischen den beiden Dipolen als r bezeichnet wird, dann ergibt sich der Gleichstromgeometriefaktor nach Gleichung (2.75) (Kuras, 2002).

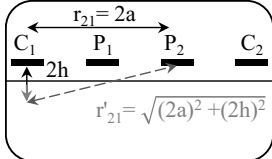
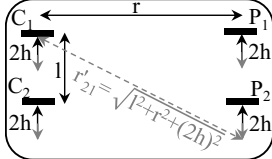
2.6.2 Der vertikale Geometriefaktor

Die Abstände zwischen den fiktiven Spiegelladungen und den Potentialelektroden werden zum allgemeinen vertikalen Geometriefaktor zusammengefasst (Przyklenk et al., 2016)

$$K' = \frac{2\pi}{\frac{1}{r_{11}'} - \frac{1}{r_{21}'} - \frac{1}{r_{12}'} + \frac{1}{r_{22}'}} \quad (2.76)$$

der wie der Gleichstromgeometriefaktor K in Metern angegeben wird. Unter Berücksichtigung der Elektrodenhöhe h über der Erdoberfläche und mit der bereits eingeführten Notation der Abstände zwischen den Elektroden und fiktiven Spiegelladungen, ergeben sich die in Tabelle 2.3 angegebenen vertikalen Geometriefaktoren. In dieser Arbeit werden Wenner-Auslagen (Tabelle 2.3, Gleichung (2.77)) und äquitoriale Dipol-Dipol Auslagen (Tabelle 2.3, Gleichung (2.78)) verwendet, wobei für alle Elektroden dieselbe Elektrodenhöhe h angenommen wird. Der Einfluss von unterschiedlich großen Elektrodenhöhen wird in Abschnitt 2.6.4 untersucht.

Tabelle 2.3: Vertikale Geometriefaktoren, die in dieser Arbeit verwendet werden.

Konfiguration	Skizze	K' (m)
Wenner		$\pi \cdot \frac{\sqrt{(2a)^2 + (2h)^2} \sqrt{a^2 + (2h)^2}}{\sqrt{(2a)^2 + (2h)^2} - \sqrt{a^2 + (2h)^2}} \quad (2.77)$
äquitorial Dipol- Dipol		$\frac{\pi}{\frac{1}{\sqrt{r^2 + (2h)^2}} - \frac{1}{\sqrt{r^2 + (2h)^2}}} \quad (2.78)$

In Abbildung 2.6 sind vertikale Geometriefaktoren doppelt-logarithmisch in Abhängigkeit der gemeinsamen Elektrodenhöhe aller vier Elektroden zwischen 10^{-4} m und 10 m dargestellt.

Teilabbildung 2.6 (a) zeigt den vertikalen Geometriefaktor K' für drei kleine Wenner-Auslagen bei drei unterschiedlichen Elektrodenabständen $a = 0,5$ m (punktierte Kurve), 1 m (gestrichelte Kurve) und 1,5 m (durchgezogene Linie). Bis $h = 10^{-2}$ m ist keine Abhängigkeit von der gemeinsamen Elektrodenhöhe h erkennbar und die Kurven verlaufen in einem konstanten Abstand zueinander. Je größer der Elektrodenabstand a in diesem Abschnitt ist, desto größer ist der vertikale Geometriefaktor K' . Ab $h = 10^{-2}$ m beginnt ein Übergangsbereich, in dem K' stark in Abhängigkeit von h ansteigt. Der Einsatz des Anstiegs hängt vom Elektrodenabstand a ab. Je kleiner a ist, desto eher beginnt K' in Abhängigkeit von h zu wachsen. Sobald h einige wenige Meter beträgt, stellt sich zwischen den drei Kurven des vertikalen geometriefaktors mit unterschiedlichem Elektrodenabstand wieder ein konstanter Versatz ein.

Teilabbildung (b) zeigt K' für drei kleine äquitoriale Dipol-Dipol-Auslagen mit den Dipolabständen $r = 1,0$ m (punktierte Kurve), 1,5 m (gestrichelte Kurve) und 2,0 m (durchgezogene Kurve). Die Dipollänge $l = 1$ m ist für alle Kurven konstant. Wie in Teilabbildung (a) gibt es einen Bereich, in dem K' konstant ist. Dieser Bereich schließt relativ große

Elektrodenhöhen ein, so dass K' erst ab $h = 10^{-1}$ m beginnt auf Variationen der gemeinsamen Elektrodenhöhe zu reagieren.

Der vertikale Geometriefaktor K' der Dipol-Dipol-Auslagen ist allgemein größer als für die Wenner-Auslagen. Für große Elektrodenabstände nimmt die Empfindlichkeit gegenüber dem Dipolabstand r ab, so dass zwischen den einzelnen Kurven nicht mehr unterschieden werden kann. Allgemein gilt, wenn $h \rightarrow \infty$, dann $K' \rightarrow \infty$.

Der vertikale Geometriefaktor kann die 4-Punkt-Impedanz, die in Abschnitt eingeführt wird, stark beeinflussen und ist daher ein wichtiger Parameter.

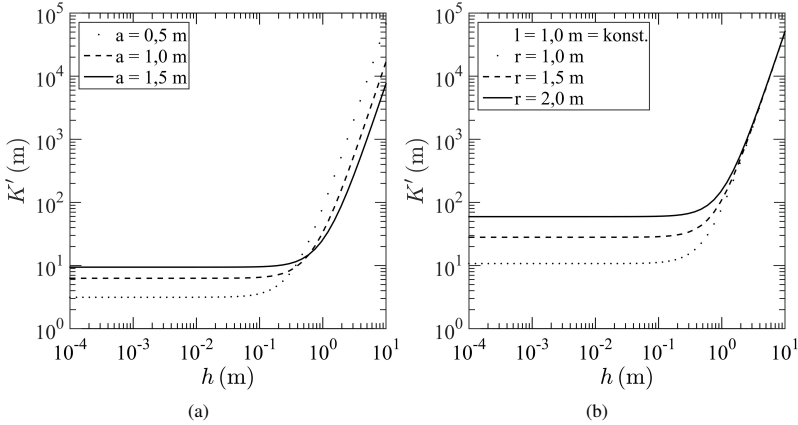


Abbildung 2.6: Vertikaler Geometriefaktor in Abhängigkeit der Elektrodenhöhe h über der Oberfläche in doppelt-logarithmischer Darstellung. (a) Wenner-Anordnung für drei verschiedene Elektrodenseparationen a . (b) Äquatoriale Dipol-Dipol-Anordnung mit Konstanter Dipollänge l und drei variierenden Dipolseparationen.

2.6.3 Der Höhenfaktor

Aus dem Gleichstromgeometriefaktor (Gleichung (2.71)) und dem vertikalen Geometriefaktor (Gleichung (2.76)) wird der Höhenfaktor H formuliert (Przyklenk et al., 2016)

$$H = \frac{K}{K'}. \quad (2.79)$$

Durch die Einführung von H wird die Information über die Messkonfiguration aller Elektroden in einem Parameter zusammengefasst. Dadurch reduzieren sich während der Anpassung der gemessenen Impedanzen die Modellvariablen um drei Parameter (Kapitel 5, Abschnitt 5.2). Um eine Überparameterisierung zu vermeiden, werden Modelle mit geringer Parameteranzahl bevorzugt. Voraussetzung für die Verwendung von H ist eine gleich große Elektrodenhöhe der vier Elektroden über dem Untergrund. Sie ist näherungsweise erfüllt, wenn Elektrodenabstände in der horizontalen Ebene viel größer sind als die möglicherweise unterschiedlichen, vertikalen Abstände zwischen den Elektroden und der Oberfläche des Untergrundes (Kuras et al., 2006).

Eine weitere Möglichkeit bietet die Inversion direkt nach H . In diesem Fall reduziert sich die Anzahl der Modellparameter ebenfalls um drei Variablen mit dem Unterschied, dass H sich aus beliebigen Kombinationen aus vier verschiedenen Elektrodenhöhen zusammen setzt. Wenn nur nach einer einzigen Elektrodenhöhe h gesucht wird, die den Höhenfaktor H auf plausible Weise erklärt, dann handelt es sich bei dieser ermittelten Größe um die scheinbare Elektrodenhöhe.

Im Detail wird der Einfluss ungleicher Elektrodenhöhen im folgenden Abschnitt untersucht und ist Gegenstand der vorliegenden Arbeit.

Formal entspricht H dem von Grard (1990) und Kuras et al. (2006) definierten Faktor K^{ES} (Abschnitt 2.4, Gleichung (2.60)). Die Arbeiten von Grard (1990) und Kuras et al. (2006) sind darauf ausgerichtet, Impedanzmessungen mit kapazitiv angekoppelten Elektroden zu behandeln wie Messungen der Gleichstromgeoelektrik. Um eine verbale Verbindung zur Gleichstromelektrik herzustellen, wird der dimensionslose Faktor von ihnen als „elektrostatischer Geometriefaktor“ bezeichnet. In der Gleichstromgeoelektrik werden Geometriefaktoren jedoch stets in Metern angegeben. Aus diesem Grund werden hier K (m) und K' (m) bevorzugt, da die formale Analogie zur Gleichstromgeoelektrik dadurch erhalten bleibt. In dieser Arbeit liegt der Fokus auf der Einflussnahme der Elektrodenhöhe auf kapazitiv angekoppelte Messungen. Deshalb wird das dimensionslose Verhältnis aus K und K' hier als Höhenfaktor H bezeichnet.

Abbildung 2.7 zeigt Höhenfaktoren in Abhängigkeit der Elektrodenhöhe in logarithmischer Auftragung. Die Geometrie entspricht den Parametern, die in Abschnitt 2.6.2, Abbildung 2.6 (a) und (b) verwendet wurden.

In Teilabbildung (a) ist H einer Wenner-Konfiguration für die Elektrodenabstände $a = 0,5$ m (punktierte Kurve), 1 m (gestrichelte Kurve) und 1,5 m (durchgezogene Linie) dargestellt. Für kleine Elektrodenhöhen konvergieren alle Kurven gegen den Grenzwert $H = 1$. Bis $h = 10^{-2}$ m kann nicht zwischen den drei Kurven unterschieden werden. Danach sinkt H für steigende Elektrodenhöhen stark und konvergiert bei $h = 10$ m gegen Null. Der Abfall von $H \rightarrow 0$ erfolgt für kleine a eher als für größere a .

In Teilabbildung (b) ist H einer äquatorialen Dipol-Dipol-Konfiguration für die Dipolabstände $r = 0,5$ m (punktierte Kurve), 1 m (gestrichelte Kurve) und 1,5 m (durchgezogene Linie) dargestellt. Die Dipollänge $l = 1$ m ist für alle Kurven konstant. Es werden dieselben Grenzwerte wie in Teilabbildung (a) erreicht, wobei der Abfall von H erst bei größeren Elektrodenhöhen h erfolgt. Allgemein gilt, wenn $h \rightarrow 0$ m, dann $H \rightarrow 1$ und wenn $h \rightarrow \infty$ m, dann $H \rightarrow 0$.

Abbildung 2.7 zeigt den Höhenfaktor von Elektrodenkonfigurationen, die später in der Praxis verwendet werden. Sobald die Elektrodenhöhe auf einige Zentimeter ansteigt, beginnt der Höhenfaktor auf die Elektrodenhöhe zu reagieren. Durch Vegetation oder Rauigkeit wird diese Elektrodenhöhe leicht erreicht. Daher ist der Höhenfaktor ein wesentlicher Parameter zur Beschreibung der kapazitiv angekoppelten 4-Punkt-Impedanz.

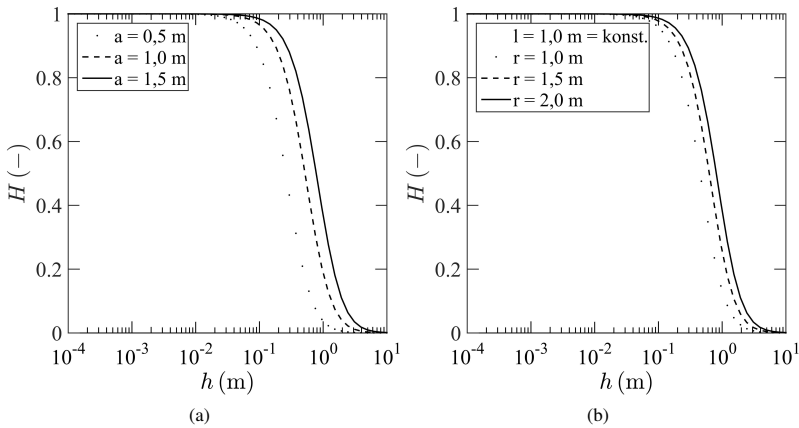


Abbildung 2.7: Höhenfaktor H in Abhängigkeit der gemeinsamen Elektrodenhöhe h aller Elektroden über der untersuchten Oberfläche in logarithmischer Darstellung. Entsprechende vertikale Geometriefaktoren wurden in Abschnitt 2.6.2, Abbildung 2.6 gezeigt. (a) Wenner-Anordnung für drei verschiedene Elektroden separationen a . (b) Äquatoriale Dipol-Dipol-Anordnung mit konstanter Dipollänge l und drei unterschiedlichen Dipolseparationen r .

2.6.4 Der Höhenfaktor bei einer von h abweichenden Elektrodenhöhe

In den vorangegangenen Abschnitten wurde die Höhe der vier Elektroden über dem Untergrund als gleich groß angenommen. Die Information über die Geometrie aller Elektroden kann dann mit dem Höhenfaktor formuliert werden (Abschnitt 2.6.3, Gleichung (2.79)). Es wurde bereits gezeigt, dass der Höhenfaktor stark bei Veränderung der gemeinsamen Elektrodenhöhe variiert.

Für eine später folgende Abschätzung der praktischen Anwendbarkeit des Höhenfaktors mit einheitlicher Elektrodenhöhe (Abschnitt 3.1.1), wird in diesem Abschnitt untersucht wie sich der Höhenfaktor verändert, wenn eine Elektrodenhöhe von den drei weiteren Elektrodenhöhen abweicht. Abbildung 2.8 stellt solch einen Fall dar. Gezeigt ist eine Konfiguration aus vier Elektroden, von denen sich eine Stromelektrode in größerer Distanz $\tilde{h} > h$ zur Oberfläche befindet als die weiteren drei Elektroden mit h . Die Änderung von h zu \tilde{h} wirkt sich auf die Hälfte aller Distanzen aus, welche benötigt werden, um die Geometriefaktoren zu bilden. Bei der Veränderung der Höhe über dem Untergrund von Elektrode C_1 sind genauer r_{11} , r_{21} , r'_{11} und r'_{21} betroffen.

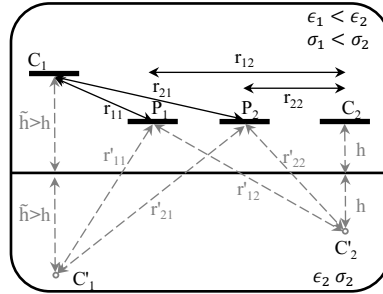


Abbildung 2.8: Schematische Darstellung einer 4-Punkt Elektrodenkonfiguration über der Grenzfläche eines homogenen Halbraumes. Stromelektrode C_1 befindet sich in größerer Distanz $\tilde{h} > h$ zur Oberfläche als die übrigen drei Elektroden mit h . Gestrichelte eingezeichnete Distanzen werden zur Bildung des vertikalen Geometriefaktors $K'(\tilde{h})$ benötigt. Solide skizzierte Abstände gehen in den Gleichstromgeometriefaktor $K(\tilde{h})$ ein.

Mit der neu eingeführten modifizierten Elektrodenhöhe \tilde{h} lassen sich die in Abbildung 2.8 gezeigten Distanzen in einer Wenner-Konfiguration beschreiben als

$$r_{11,1/2} = \sqrt{a^2 + (\pm(\tilde{h} - h))^2}, \quad r'_{11} = \sqrt{a^2 + (\tilde{h} + h)^2}, \quad (2.80)$$

$$r_{21,1/2} = \sqrt{(2a)^2 + (\pm(\tilde{h} - h))^2}, \quad r'_{21} = \sqrt{(2a)^2 + (\tilde{h} + h)^2}, \quad (2.81)$$

$$r_{12} = 2a, \quad r'_{12} = \sqrt{(2a)^2 + (2h)^2}, \quad (2.82)$$

$$r_{22} = a \quad \text{und} \quad r'_{22} = \sqrt{a^2 + (2h)^2}, \quad (2.83)$$

dabei entspricht a dem bereits eingeführten horizontalen Abstand zwischen zwei Elektroden in Wenner-Konfiguration. Der zusätzliche Index $1/2$ symbolisiert die Fallunterscheidung zwischen $\tilde{h} > h$ und $\tilde{h} < h$. Die zwei Fälle äußern sich im Vorzeichenwechsel des Terms, der die beiden verschiedenen Elektrodenhöhen beinhaltet. Durch Verwendung der Distanzen (2.81) - (2.83) in Gleichungen (2.71) und (2.76) aus Abschnitt 2.6, ergeben sich die modifizierten Geometriefaktoren $K(\tilde{h})$ und $K'(\tilde{h})$. Die Distanzen (2.81) - (2.83) sind zwar speziell für die abweichende Stromelektrode C_1 angegeben, die resultierenden Geometriefaktoren sind jedoch für eine beliebige Elektrode mit \tilde{h} gültig. Aus einer geeigneten Permutation der Abstände (2.81) - (2.83), resultieren stets dieselben $K(\tilde{h})$ und $K'(\tilde{h})$.

Der Höhenfaktor mit einer von h verschiedenen, modifizierte Elektrodenhöhe \tilde{h} lautet

$$H(\tilde{h}) = \frac{K(\tilde{h})}{K'(\tilde{h})}. \quad (2.84)$$

Im vorangegangenen Abschnitt wurde anhand Abbildung 2.7 gezeigt, dass der Höhenfaktor bei Verringerung der identischen Elektrodenhöhen h langsam gegen Eins konvergiert. Die 4-Punkt-Impedanz reagiert in diesem Bereich empfindlich auf den Höhenfaktor (Abschnitt 3.1.1). Um kleine Veränderungen von $H(\tilde{h})$ in Abhängigkeit von h darzustellen,

wird im Folgenden die zehnerlogarithmierte Differenz aus Eins und dem modifizierten Höhenfaktor $H(\tilde{h})$ betrachtet.

Abbildung 2.9(a) zeigt $\log_{10}(1 - H(\tilde{h}))$, über dem Zehnerlogarithmus der modifizierten Elektrodenhöhe \tilde{h} zwischen -6 und -1 in Wenner-Konfiguration mit horizontalem Elektrodenabstand $a = 1$ m. Die Höhe der übrigen Elektroden ist konstant und beträgt $\log_{10}(h/m) = -6$. Bei der kleinsten gezeigten modifizierten Elektrodenhöhe $\tilde{h} = h$ liegt $\log_{10}(1 - H(\tilde{h}))$ zwischen -12 und -11 . Der Betrag entspricht der Größenordnung der Vakkumpermittivität ϵ_0 . Während der Vergrößerung von $\log_{10}(\tilde{h}/m)$ auf -1 , steigt $\log_{10}(1 - H(\tilde{h}))$ stetig um fünf Größenordnungen.

Für eine detailliertere Darstellung der Abweichung zwischen $H(\tilde{h})$ und $H(h)$, wird die relative Abweichung zwischen $\log_{10}(1 - H(h))$ und $\log_{10}(1 - H(\tilde{h}))$

$$\Delta H = \frac{\log_{10}(1 - H(\tilde{h})) - \log_{10}(1 - H(h))}{\log_{10}(1 - H(h))} \cdot 100 \quad (2.85)$$

in Prozent untersucht. Abbildung 2.9(b) zeigt die relative Abweichung zwischen $\log_{10}(1 - H(h))$ und $\log_{10}(1 - H(\tilde{h}))$ in Prozent. Zur Berechnung der relativen Abweichung wurden dieselben Parameter wie in Teilabbildung 2.9(a) verwendet. Wenn \tilde{h} und h identisch sind, dann beträgt die Abweichung ΔH trivialerweise 0%. Eine Vergrößerung von $\log_{10}(\tilde{h}/m)$ auf -1 führt zu einer Abweichung von 40%.

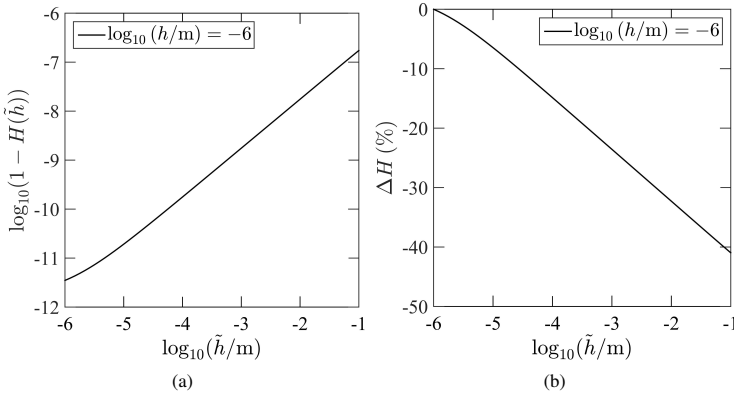


Abbildung 2.9: (a) Zehnerlogarithmus von $1 - H(\tilde{h})$ über der modifizierten Elektrodenhöhe \tilde{h} in Wenner-Konfiguration mit $a = 1$ m und $h = 10^{-6}$ m. (b) Prozentuale Abweichung zwischen $\log_{10}(1 - H(h))$ und $\log_{10}(1 - H(\tilde{h}))$ nach Gleichung (2.85).

Da die 4-Punkt-Impedanz sensibel auf Variationen des Höhenfaktors reagiert (Abschnitt 3.1.1), kann anhand des hier gezeigten Beispiels nicht davon ausgegangen werden, dass die Verallgemeinerung einer gemeinsamen Elektrodenhöhe ohne Einschränkung in der Praxis anwendbar ist. Eine Abschätzung für den Anwendungsbereich des Höhenfaktors mit einer scheinbaren Elektrodenhöhe folgt anhand einer Sensitivitätsanalyse der 4-Punkt-Impedanz in Kapitel 3, Abschnitt 3.1.1.

und dem Phasenwinkel oder der Phase (in rad)

$$\varphi(Z) = \text{atan} \left(\frac{\text{Im}(Z)}{\text{Re}(Z)} \right) \quad (2.88)$$

dargestellt. Die 4-Punkt-Impedanz ist von fünf Parametern abhängig:

1. Von der bekannten Messfrequenz ω ($Z_0 = Z_0(\omega)$; $\alpha^* = \alpha^*(\omega)$; $Z = Z(\omega)$),
2. der bekannten Vakuumpermittivität ϵ_0 ,
3. dem bekannten Gleichstromgeometriefaktor K ,
4. dem teilweise bekannten dimensionslosen Höhenfaktor H ,
5. dem unbekannten Reflexionskoeffizienten α^* , der sich aus den gesuchten elektrischen Parameter des Untergrundes zusammensetzt.

2.7.1 Analogie zur Gleichstromgeoelektrik

In der Gleichstromgeoelektrik setzt sich der spezifische Widerstand ρ aus dem reellen Widerstand R und dem Gleichstromgeometriefaktor K zusammen, der die Messgeometrie enthält (u.a. Telford, 1990)

$$\rho = K \cdot R. \quad (2.89)$$

Im Grenzfall vernachlässigbarer Elektrodenhöhen konvergiert der Höhenfaktor gegen Eins. Mit $h \rightarrow 0$ und $H \rightarrow 1$ folgt für die 4-Punkt-Impedanz aus Gleichung (2.86)

$$Z = \frac{1}{2i\omega\epsilon_0 K} (1 - \alpha) \quad (2.90)$$

Durch das Ersetzen des Reflektionskoeffizienten α mit Gleichung (2.57) aus Abschnitt 2.3 ergibt sich

$$Z = \frac{1}{2i\omega\epsilon_0 K} \left(1 - \frac{(\epsilon_2^* - \epsilon_1^*)}{(\epsilon_2^* + \epsilon_1^*)} \right). \quad (2.91)$$

Die komplexe Permittivität des Untergrundes ϵ_2^* wird nach Gleichung (2.37) aus Abschnitt 2.1.3 in die relative Permittivität ϵ_r und den spezifischen Widerstand ρ zerlegt. In Luft wird davon ausgegangen, dass sich ϵ_1^* auf die Permittivität des Vakuums ϵ_0 reduziert

$$Z = \frac{1}{2i\omega\epsilon_0 K} \left(1 - \frac{\left(\epsilon_0 \epsilon_r - i \frac{1}{\omega \rho} - \epsilon_0 \right)}{\left(\epsilon_0 \epsilon_r - i \frac{1}{\omega \rho} + \epsilon_0 \right)} \right). \quad (2.92)$$

Die inverse Impedanz lässt sich leicht in ihren Imaginär- und Realteil separieren

$$Z^{-1} = \text{Re}(Z^{-1}) + i \text{Im}(Z^{-1}) \quad (2.93)$$

mit

$$\text{Re}(Z^{-1}) = \frac{K}{\rho} \quad (2.94)$$

und

$$\operatorname{Im}(Z^{-1}) = i\omega\epsilon_0 K(\epsilon_r + 1). \quad (2.95)$$

Aus (2.94) ergibt sich analog zur Gleichstromgeoelektrik eine Bestimmungsgleichung für ρ . Der spezifische Widerstand lässt sich im Grenzfall $h \rightarrow 0$ und $H \rightarrow 1$ aus dem Gleichstromgeometriefaktor und dem Realteil der Impedanz bestimmen (Kuras et al., 2007)

$$\rho = K \cdot \frac{1}{\operatorname{Re}(Z^{-1})}. \quad (2.96)$$

Gleichung (2.96) unterscheidet sich von Gleichung (2.89) aus der Gleichstromgeoelektrik nur insofern, als dass der reelle Widerstand R durch den Realteil der Impedanz $\operatorname{Re}(Z^{-1})$ ersetzt wird. Auch die relative Permittivität kann im Fall vernachlässigbarer Elektrodenhöhen direkt aus der Impedanz berechnet werden, indem (2.95) umgeformt wird (Przyklenk und Hördt, 2013)

$$\epsilon_r = \frac{\operatorname{Im}(Z^{-1})}{\omega\epsilon_0 K} - 1. \quad (2.97)$$

Während ρ ausschließlich vom Realteil der Impedanz abhängt, wird ϵ_r durch den Imaginärteil bestimmt. Unter welchen Bedingungen die Näherungen (2.96) und (2.97) verwendet werden können, um die elektrischen Parameter eines Untergrundes direkt aus der gemessenen 4-Punkt-Impedanz abzuleiten, ist Gegenstand der vorliegenden Arbeit und wird in Kapitel 6 untersucht.

3 Parameterstudien und Parametrisierungen

Die 4-Punkt-Impedanz hängt neben den gewünschten elektrischen Parametern auch vom Höhenfaktor ab. Dieser ist während Feldmessungen nicht in der benötigten Genauigkeit bestimmbar. Aus diesem Grund wird im Vorfeld anhand berechneter Impedanzspektren der zu erwartende Einfluss auf Messungen der 4-Punkt-Impedanz untersucht.

Im Anschluss folgt eine Parameterstudie, die sich zunächst mit der Variation der elektrischen Parameter befasst. Dabei wird die Sensitivität der 4-Punkt-Impedanz mit Hilfe des elektrischen Verlustfaktors analysiert. Der Einfluss von elektrischen und geometrischen Parametern wird in einer letzten Parameterstudie kombiniert.

Um möglichst einfache Zusammenhänge zwischen der Impedanz und ihren Einflussgrößen darzustellen, werden die elektrischen Parameter ρ und ϵ_r zunächst als frequenzunabhängig angenommen. Da die elektrischen Größen, insbesondere von Eis, in dem hier verwendeten Frequenzband zwischen 100 Hz und 100 kHz frequenzabhängig sind, werden im zweiten Teil des Kapitels bekannte Polarisierungseffekte und -modelle vorgestellt.

Ein Teil der Sensitivitätsstudie wird danach hinsichtlich der Anwendung von Kapazitiver Geoelektrik zur Untersuchung von gefrorenem Eis unter Berücksichtigung der Frequenzabhängigkeit der elektrischen Parameter wiederholt.

3.1 4-Punkt-Impedanz bei konstanten elektrischen Parametern

3.1.1 Variation des Höhenfaktors

Die Impedanz einer kapazitiv angekoppelten Elektrodenanordnung hängt neben den gesuchten elektrischen Parametern auch vom unbekannten Höhenfaktor ab (Abschnitt 2.7, Gleichung 2.86). Bevorzugt wird ein Höhenfaktor, der nah bei Eins liegt. Dafür erforderliche Elektrodenhöhen gehen gegen Null Meter (Abschnitt 2.6.3, Abbildung 2.7). In diesem Fall ist die Auswirkung des Höhenfaktors auf die Impedanz minimal.

Der Einfluss des Höhenfaktors auf die 4-Punkt-Impedanz (Abschnitt 2.7, Gleichung 2.86) wird in Abbildung 3.1 für eine Wenner-Anordnung mit einem Elektrodenabstand $a = 1$ m untersucht. Die Auslage entspricht damit der Größenordnung von Feldmessungen, die während Feldmessungen im Rahmen der vorliegenden Arbeit realisierbar sind.

Neben den beiden Grenzwerten der Elektrodenhöhe aller vier Elektroden $h = 0$ m ($H = 1$) und $h \rightarrow \infty$ ($H = 0$) werden vier weitere Höhenfaktoren zur Berechnung der Impedanz verwendet, die für Elektrodenhöhen zwischen 10^{-4} m und 10^{-1} m berechnet

werden. Die vier Elektroden einer Auslage befinden sich dabei zunächst in gleicher Höhe über dem Untergrund.

In Abbildung 3.1 variiert die Frequenz zwischen 10 Hz und 1 MHz und entspricht damit dem Frequenzband, welches während Feldmessungen verwendet wird, die in Kapitel 6 vorgestellt werden. Der gewählte spezifische Widerstand entspricht einem moderaten Wert und ist konstant $\rho = 10^3 \Omega\text{m}$. Für die relative Permittivität wurde ein relativ großer Wert ausgewählt $\epsilon_r = 80$.

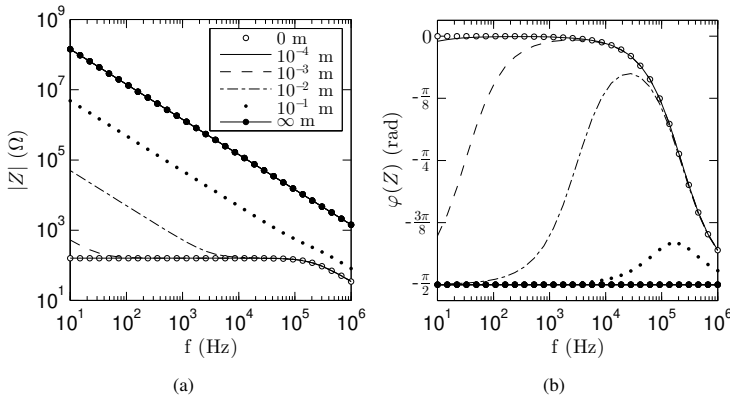


Abbildung 3.1: Impedanzspektren zwischen $f = 10\text{ Hz}$ und 1 MHz für sechs verschiedene Elektrodenhöhen h . Die elektrischen Parameter sind konstant $\rho = 10^3 \Omega\text{m}$ und $\epsilon_r = 80$. (a) Betrag der Impedanz in doppelt-logarithmischer Darstellung. (b) Phase der Impedanz in logarithmischer Darstellung.

Teilabbildung (a) zeigt den Betrag von Impedanzspektren in doppelt-logarithmischer Auftragung über der Frequenz für sechs variierende Elektrodenhöhen. In Teilabbildung (b) sind entsprechende Phasenspektren in logarithmischer Darstellung zwischen 0 rad und $-\pi/2\text{ rad}$ dargestellt.

Wenn die 4-Punkt-Impedanz für den Höhenfaktor $H = 0$, beziehungsweise $h \rightarrow \infty$, berechnet wird, entspricht das Spektrum der Impedanz im Vakuum Z_0 (Abschnitt 2.5, Gleichung 2.61 und 2.5, Gleichung 2.69) mit den größten Beträgen zwischen $100\text{ M}\Omega$ bei $f = 10\text{ Hz}$ und $1\text{ k}\Omega$ bei $f = 1\text{ MHz}$. Außerdem werden die größten Phasen $\varphi = -\pi/2 = \text{konst.}$ erreicht (Kurve mit schwarz gefüllten Kreisen). Je kleiner die Elektrodenhöhe h ist, desto stärker konvergiert der Höhenfaktor H gegen Eins, so dass der frequenzabhängige Betrag sinkt. Gleichzeitig konvergieren die Phasenspektren gegen $\varphi = 0\text{ rad}$.

Betrag und Phase zeigen, dass schon ab einer Elektrodenhöhe von $h = 10^{-3}\text{ m}$ (gestrichelte Kurven) starke Abweichungen zu den Spektren mit $h = 0\text{ m}$ und $H = 1$ (weiß gefüllte Kreise) auftreten. Die Impedanz reagiert also sensibel auf Änderungen der Elektrodenhöhe.

Darüber hinaus wird anhand von Abbildung 3.1 deutlich, dass kleine Variationen des Höhenfaktors die Impedanz maßgeblich beeinflussen. Beispielsweise beträgt der Höhenfaktor bei der Elektrodenhöhe $h = 10^{-4}\text{ m}$ (durchgezogene Kurve) $H = 0,99999997$

oder $\log_{10}(1-H) = -7$. Bei $h = 10^{-3}$ m (gestrichelte Kurve) ist $H = 0.999997$ oder $\log_{10}(1-H) = -5$.

Die Bestimmung der elektrischen Parameter eines Untergrundes aus Impedanzmessungen mit kapazitiv angekoppelten Elektroden erscheint bei unbekanntem Höhenfaktor zunächst problematisch. Daher liegt die Vermutung nahe, dass in der Praxis Schwierigkeiten auftreten können.

3.1.2 Der Höhenfaktor bei einer von h abweichenden Elektrodenhöhe

Nach der Untersuchung des Höhenfaktors bei einer von h abweichenden Elektrodenhöhe \tilde{h} in Abschnitt 2.6.4 lag die Vermutung nahe, dass die Anwendbarkeit des Höhenfaktors mit einheitlicher Elektrodenhöhe in der Praxis zu Problemen führen kann. Es wurde gezeigt, dass das Anheben einer Elektrode von 10^{-6} m auf 10^{-1} m, den Höhenfaktor um 40% verändert, während die übrigen drei Elektrodenhöhen 10^{-6} m betragen. Darüber hinaus ist aus dem vorangegangenen Abschnitt bekannt, dass die Impedanz sehr empfindlich auf Variationen des Höhenfaktors reagiert.

Aus diesem Grund wird der Einfluss des Höhenfaktors mit einer abweichenden Elektrodenhöhe \tilde{h} auf die Impedanz untersucht. Ziel ist dabei das Auffinden von Grenzwerten, in denen $Z(H(\tilde{h}))$ hinreichend nah an $Z(H(h))$ liegt, so dass \tilde{h} vernachlässigt werden kann und h als gemeinsame, scheinbare Elektrodenhöhe für die Auswertung gemessener Impedanzen verwendet werden kann.

Zunächst wird die Auswirkung einer abweichenden Elektrodenhöhe anhand der Parameterkombination untersucht, die bereits in Abbildung 3.1 verwendet wurde ($\rho = 10^3 \Omega\text{m}$ = konst., $\epsilon_r = 80 = \text{konst.}$, Wenner-Auslage mit $a = 1$ m). Dazu wird die Impedanz in Abhängigkeit von \tilde{h} ermittelt $Z(H(\tilde{h}))$ (Abschnitt 2.6.4, Gleichung 2.84 mit Abschnitt 2.7, Gleichung 2.86) und mit der Impedanz bei einheitlicher Elektrodenhöhe $Z(H(h))$ (Abschnitt 2.6.3, Gleichung 2.79 mit Abschnitt 2.7, Gleichung 2.86) verglichen. Die prozentuale Abweichung des Betrags

$$\Delta|Z| = \frac{|Z(H(\tilde{h}))| - |Z(H(h))|}{|Z(H(h))|} \cdot 100 \quad (\%) \quad (3.1)$$

und die absolute Abweichung der Phase

$$\Delta\varphi = \frac{\varphi(H(\tilde{h})) - \varphi(H(h))}{\varphi(H(h))} \quad (\text{rad}) \quad (3.2)$$

sind in Abbildung 3.2 logarithmisch über der abweichenden Elektrodenhöhe \tilde{h} zwischen 10^{-4} m und 10^{-1} m dargestellt. Die gemeinsame Elektrodenhöhe h ist konstant und beträgt $h = 10^{-4}$ m. Wenn $\tilde{h} = 10^{-4}$ m = h ist, dann sind $Z(H(\tilde{h}))$ und $Z(H(h))$ identisch, so dass die Abweichung 0% und 0rad beträgt. Bei $f = 10$ Hz (schwarz gefüllte Kreise) liegt die Abweichung für $\tilde{h} = 10^{-3}$ m bei $\Delta|Z| \approx 1\%$ und $\Delta\varphi \approx -0,1$ rad. Die Vergrößerung von \tilde{h} führt zu starken Unterschieden, so dass sich bei $\tilde{h} = 10^{-1}$ m die Beträge annähernd um 1500% und Phasen um $-\pi/2$ rad voneinander unterscheiden.

Darüber hinaus ist der Einfluss von \tilde{h} frequenzabhängig. Bei Erhöhung der Frequenz $f = 100$ kHz (weiß gefüllte Kreise) nimmt der Effekt durch \tilde{h} ab, so dass auch bei $\tilde{h} =$

10^{-1} m nur kleine Abweichungen $\Delta|Z| < 1\%$ und $\Delta\varphi \approx -0,001$ rad auftreten. Offenbar werden Ankopplungsunterschiede durch ungleiche Elektrodenhöhen durch eine hohe Messfrequenz verringert, so dass mit zunehmender Frequenz die Impedanz $Z(H(\tilde{h}))$ gegen $Z(H(h))$ konvergiert.

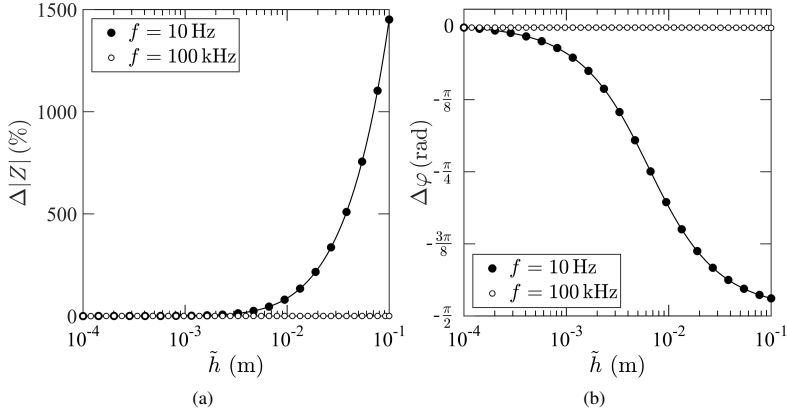


Abbildung 3.2: Abweichung ΔZ zwischen der Impedanz $Z(H(h))$ bei gleicher Elektrodenhöhe $h = 10^{-4}$ m über dem Untergrund und der Impedanz $Z(H(\tilde{h}))$ bei einer von h abweichenden, variierenden Elektrodenhöhe \tilde{h} in logarithmischer Auftragung über \tilde{h} . (a) Prozentuale Abweichung des Betrags nach Gleichung (3.1). (b) Absolute Abweichung der Phase nach Gleichung (3.2). Die Abweichungen sind für zwei Frequenzen $f = 10$ Hz und 100 kHz berechnet. Die übrigen Parameter sind konstant und im Fließtext angegeben.

In Abbildung 3.2 beträgt der Höhenfaktor, welcher als Referenz bei variierendem \tilde{h} verwendet wird, $H = 0,99999997$ mit $\log_{10}(1 - H) = -7$. Wenn der Höhenfaktor noch näher bei Eins liegt, dann nimmt der Einfluss von \tilde{h} signifikant ab. In Abbildung 3.3 ist die Abweichung der Impedanz bei unveränderten Parametern ($\rho = 10^3 \Omega\text{m}$ und $\epsilon_r = 80$, $a = 1$ m), aber für eine kleinere gemeinsame Elektrodenhöhe, dargestellt. Die Differenz aus Eins und dem Höhenfaktor beträgt hier $\log_{10}(1 - H) = -11$ mit $h = 10^{-6}$ m. \tilde{h} variiert zwischen 10^{-6} m und 10^{-1} m. Die frequenzabhängigkeit der Abweichungen ($f = 10$ Hz schwarz gefüllte Kreise, $f = 100$ kHz weiß gefüllte Kreise) ist im Vergleich zu Abbildung 3.2 mit der gemeinsamen Elektrodenhöhe von $h = 10^{-4}$ m deutlich verringert.

Weiterhin beträgt die Abweichung der Impedanz bei einer abweichenden Elektrodenhöhe maximal $\Delta|Z| < 1\%$. Das Reduzieren der gemeinsamen Elektrodenhöhe von $h = 10^{-4}$ m auf $h = 10^{-6}$ m verringert wesentlich den Einfluss von \tilde{h} auf die Impedanz. Die Phase weicht bei $f = 10$ Hz um $\Delta\varphi \approx -0,1$ rad ab. Ferner verringert sich die Abweichung bei $f = 100$ kHz auf $\Delta\varphi \approx -0,001$ rad.

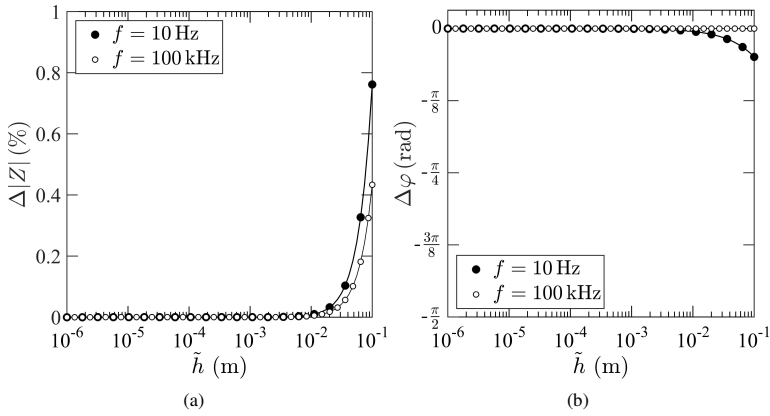


Abbildung 3.3: Abweichung der Impedanz bei einheitlicher Elektrodenhöhe $h = 10^{-6} \text{ m}$ und variierender, abweichender Elektrodenhöhe \tilde{h} in logarithmischer Auftragung über \tilde{h} . (a) prozentuale Abweichung des Betrags und (b) absolute Abweichung der Phase nach Gleichung (3.1) und (3.2) für zwei Frequenzen $f = 10 \text{ Hz}$ und 100 kHz . Die übrigen Parameter sind konstant und dem Fließtext zu entnehmen.

Bezüglich der Anwendbarkeit des Höhenfaktors bei einer einheitlichen oder scheinbaren Elektrodenhöhe, lassen sich aus Abbildung 3.2 und 3.3 zwei Schlussfolgerungen ziehen:

1. Je näher der Höhenfaktor bei Eins liegt, desto geringer ist die Auswirkung einer abweichenden Elektrodenhöhe auf die 4-Punkt-Impedanz.
Wenn für den Höhenfaktor $\log_{10}(1 - H) = -7$ gilt, dann kann im niederfrequenten Bereich eine Elektrodenhöhe um den Faktor 10 größer sein als die übrigen, damit die gemessene Impedanz innerhalb der Abweichung von $\Delta|Z| < 1 \%$ und $\Delta\varphi \approx -0,1 \text{ rad}$ liegt. Sobald H mit $\log_{10}(1 - H) = -11$ noch näher bei Eins liegt, darf die abweichende Elektrodenhöhe um den Faktor 10^5 von den übrigen Elektrodenhöhen abweichen, um innerhalb der Abweichung zu liegen.
2. Je größer die Messfrequenz ist, desto geringer ist die Auswirkung einer abweichenden Elektrodenhöhe auf die 4-Punkt-Impedanz.
Für $\log_{10}(1 - H) \leq -7$ sind im hochfrequenten Messbereich Impedanzmessungen bei einer abweichenden Elektrodenhöhe von bis zu $\tilde{h} = 10^{-1} \text{ m}$ mit einer Genauigkeit von $\Delta|Z| < 1 \%$ und $\Delta\varphi \approx -0,001 \text{ rad}$ möglich.

Um abzuschätzen, wie genau die komplexe Permittivität $\epsilon^* = \epsilon_r - i(\omega\epsilon_0\rho)^{-1}$ (Kapitel 2, Abschnitt 2.1.3, Gleichung (2.37)) bei einer abweichenden Elektrodenhöhe bestimmbar ist, wird die Impedanz eines homogenen Halbraumes mit einer abweichenden Elektrodenhöhe $Z(H(\tilde{h}))$ berechnet (Abschnitt 2.6.4, Gleichung 2.84 mit Abschnitt 2.7, Gleichung 2.86) und anschließend ausgewertet als wären alle Elektrodenhöhen gleich groß. Damit

wird eine einzige scheinbare Elektrodenhöhe bestimmt, welche die vier realen Elektrodenhöhen repräsentiert. Der daraus resultierende Höhenfaktor wird ebenfalls als scheinbare Größe behandelt. Die Methode der Datenanpassung wird später ausführlich in Kapitel 5, Abschnitt 5.2 beschrieben.

Angenommen in der Praxis würde ein Untergrund mit den elektrischen Parametern $\epsilon_r = 80$, $\rho = 1000 \Omega\text{m}$ untersucht werden. Die Elektroden-Konfiguration soll wieder einer Wenner-Anordnung mit $a = 1 \text{ m}$ entsprechen. Drei der insgesamt vier Elektroden befinden sich mit $h = 10^{-6} \text{ m}$ Abstand zur Oberfläche. Eine abweichende Elektrodenhöhe beträgt $\tilde{h} = 10^{-1} \text{ m}$. Bei $f = 100 \text{ kHz}$ beträgt die wahre 4-Punkt-Impedanz $Z = (145 \cdot e^{-i \cdot 0,423}) \Omega$.

Diese Impedanz wird im Sinne der besten Datenanpassung durch $\epsilon_r = 80$, $\rho = 996 \text{ k}\Omega\text{m}$ und $\log_{10}(\tilde{h}) = -4,1$ wiedergegeben. Die elektrische Permittivität und der spezifische Widerstand werden, bezogen auf die wahren Parameter, mit Abweichungen von 0% und $-0,4\%$ bestimmt. Anstelle des wahren Höhenfaktors mit $\log_{10}(H(\tilde{h})) = -6,7$, wird der scheinbare Höhenfaktor mit $\log_{10}(H(\tilde{h})) = -7,7$ gefunden, um die elektrischen Parameter des Untergrundes hinreichend genau zu erklären.

Es wurde an einem Beispiel gezeigt, dass der scheinbare Höhenfaktor theoretisch anwendbar ist, um die elektrischen Parameter aus der 4-Punkt-Impedanz zu bestimmen. Voraussetzung dafür ist ein guter Kontakt zum untersuchten Untergrund mit der Elektrodenhöhe $h = 10^{-6} \text{ m}$ von drei der vier kapazitiv angekoppelten Elektroden. Darüber hinaus wird bei Messfrequenzen $f \rightarrow 100 \text{ kHz}$ der Einfluss auf die Impedanz einer von h abweichenden Elektrodenhöhe \tilde{h} verschwindend gering.

3.1.3 Der Verlustfaktor

Der elektrische Verlustfaktor gibt in verlustbehafteten Medien das Verhältnis von Imaginär- und Realteil der komplexen Permittivität an. Der Verlustfaktor ist definiert als der Tangens des Verlustwinkels δ (Blindow et al., 1997)

$$\tan(\delta) = \frac{\epsilon''}{\epsilon'}. \quad (3.3)$$

Um die Abhängigkeit von den elektrischen Parametern quantitativ untersuchen zu können, werden ϵ' und ϵ'' durch den Real- und Imaginärteil der komplexen Permittivität (2.37) ersetzt. Mit $\sigma = 1/\rho$ lautet der Verlustfaktor (Yaramanci und Kulenkampff, 1997)

$$\tan(\delta) = (\omega \epsilon_0 \epsilon_r \rho)^{-1}. \quad (3.4)$$

Anhand des Verlustfaktors lassen sich drei Sensitivitätsbereiche definieren

$$\tan(\delta) \begin{cases} \gg 1 & \rho \text{ dominiert,} \\ = 1 & \rho \text{ und } \epsilon_r \text{ dominieren,} \\ \ll 1 & \epsilon_r \text{ dominiert.} \end{cases} \quad (3.5)$$

$$(3.6)$$

$$(3.7)$$

Wenn der Verlustfaktor größer ist als 1, dann wird die Impedanz von ρ dominiert und durch eine Messung ist hauptsächlich ρ bestimmbar. Entspricht der Verlustfaktor 1, so beeinflussen ρ und ϵ_r gleichermaßen die Impedanz. Neben dem spezifischen Widerstand

ist theoretisch auch die elektrische Permittivität messbar. Falls der Verlustfaktor viel kleiner ist als 1, dann dominiert ϵ_r die Impedanz. Durch eine Messung ist vorwiegend ϵ_r bestimmbar.

Abbildung (3.4) veranschaulicht die drei Bereiche der Sensitivität (3.5) bis (3.7) bei konstanter Frequenz $f = 10\text{kHz}$, konstantem Geometriefaktor $K = 6,28\text{m}$ und konstantem Höhenfaktor $H = 1$ mit (Wenner-Anordnung mit $a = 1\text{m}$ und $h = 0\text{m}$). Die relative Permittivität variiert auf der x-Achse in logarithmischer Darstellung zwischen 1 und 1000. Der spezifische Widerstand variiert auf der y-Achse in logarithmischer Auftragung zwischen $100\Omega\text{m}$ und $10^{10}\Omega\text{m}$.

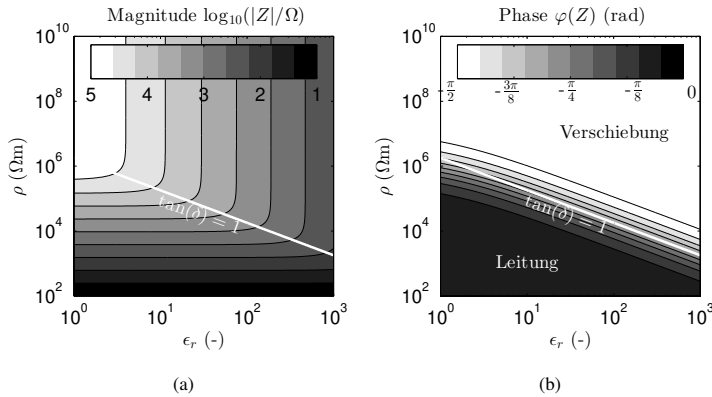


Abbildung 3.4: (a) In Graustufen dargestellte Magnitude der Impedanz in Abhängigkeit von der Permittivität und dem spezifischen Widerstand in logarithmischer Darstellung. (b) Entsprechende Phase der Impedanz in linearer Graustufe. Die Frequenz beträgt $f = 10\text{kHz}$.

Teilabbildung (a) zeigt den in Graustufen dargestellten Zehnerlogarithmus vom Betrag der Impedanz zwischen 1 und 5. Die weiße Gerade entspricht dem konstanten Verlustfaktor $\tan(\delta) = 1$. Er teilt den Parameterraum in drei Bereiche ein, die den Definitionen (3.5) bis (3.7) entsprechen.

Unterhalb von $\tan(\delta) = 1$ hängt die Magnitude vom spezifischen Widerstand ab. Mit steigendem Widerstand nimmt die Magnitude zu. Bei steigender Permittivität bleibt der Wert der Magnitude konstant. Hier dominiert, dem Fall (3.5) entsprechend, der spezifische Widerstand die Magnitude der Impedanz.

Um $\tan(\delta) = 1$ befindet sich ein schmaler Bereich, indem sich das Verhalten ändert. Die Magnitude reagiert auf Variation von ρ und ϵ_r , entsprechend dem Fall (3.6). Oberhalb der Geraden bleibt die Magnitude bei steigendem spezifischen Widerstand konstant. Mit steigender Permittivität nimmt die Magnitude jedoch ab. Hier dominiert die Permittivität die Magnitude der Impedanz nach Fall (3.7).

Teilabbildung (b) zeigt die entsprechende Phase der Impedanz zwischen $-\pi/2$ und 0. Der Parameterbereich, in dem die Impedanz durch den spezifischen Widerstand bestimmt ist (3.5), geht hier mit $\varphi = 0\text{rad}$ einher. Ohne Phasenverschiebung fließt ein reiner Lei-

tungsstrom im Untergrund.

Der Übergangsbereich (3.6) ist im Vergleich zu Teilabbildung (a) einfacher einzugrenzen. Hier gilt $-\pi/2\text{rad} < \varphi < 0\text{rad}$ (nur für $H = 1$). Die Phase nimmt sowohl mit steigendem spezifischen Widerstand als auch mit steigender Permittivität zu. Oberhalb des Übergangsbereichs beträgt die Phase für alle Parameterkombinationen $-\pi/2\text{rad}$ und ist damit maximal. Hier dominiert die elektrische Permittivität, weshalb ein reiner Verschiebungsstrom fließt.

3.1.3.1 Frequenzabhängigkeit des Verlustfaktors

Die Frequenzabhängigkeit des Verlustfaktors wird in Abbildung (3.5) veranschaulicht. Dafür sind Magnituden und Phasen der Impedanz auf dieselbe Weise berechnet und dargestellt wie bereits in Abbildung (3.4). Die Impedanz ist für einen konstanten Geometriefaktor $K = 6,28\text{m}$ und konstanten Höhenfaktor $H = 1$ (Wenner-Anordnung mit $a = 1\text{m}$ und $h = 0\text{m}$) abgebildet. Die relative Permittivität variiert auf der x-Achse in logarithmischer Darstellung zwischen 1 und 1000. Der spezifische Widerstand variiert auf der y-Achse in logarithmischer Auftragung zwischen $100\Omega\text{m}$ und $10\text{G}\Omega\text{m}$.

In der linken Spalte befinden sich zwei Teilabbildungen von Magnituden für zwei verschiedene Frequenzen. Die Magnitude in Teilabbildung (a) wurde für $f = 1\text{kHz}$ berechnet. Die Magnituden in Teilabbildungen (c) für $f = 100\text{kHz}$. Entsprechende Phasen sind in Teilabbildungen (b), (d) gezeigt. Für die Magnitude und Phase ist jeweils dieselbe Skala in Graustufen dargestellt.

Die Magnituden verringern sich im gesamten Parameterraum bei steigender Frequenz. Während beispielsweise in Teilabbildung (a) bei hohen spezifischen Widerständen und niedrigen elektrischen Permittivitäten ein großer Bereich 5 beträgt, wird derselbe Wert in Teilabbildung (c) nicht mehr erreicht.

Der Verlustfaktor nimmt bei steigender Frequenz im gesamten Parameterbereich ab. Da $\tan(\delta)$ antiproportional von der Frequenz abhängt, sinkt $\tan\delta = 1$ (weiße Gerade) von Teilabbildung (a) zu Teilabbildung (c) um den Faktor 10. Folglich verkleinert sich der Bereich, in dem der spezifische Widerstand die Impedanz dominiert (Fall (3.5)). Der Bereich, in dem die Permittivität dominant ist vergrößert daher (Fall (3.5)).

Der Übergangsbereich, in dem die Impedanz auf ρ und ϵ_r reagiert, ist anhand der Phase in Teilabbildungen (b) und (d) zu erkennen. Durch die Variation der Frequenz verschiebt sich der Übergangsbereich im Parameterraum, so dass ein großer Teil von Kombinationen aus ϵ_r und ρ abgedeckt wird. In der Praxis ist es deshalb sinnvoll, bei unbekannten Untergrundparametern ein möglichst großes Frequenzspektrum zum Messen zu verwenden, da so die Wahrscheinlichkeit steigt, sowohl ρ als auch ϵ_r bestimmen zu können.

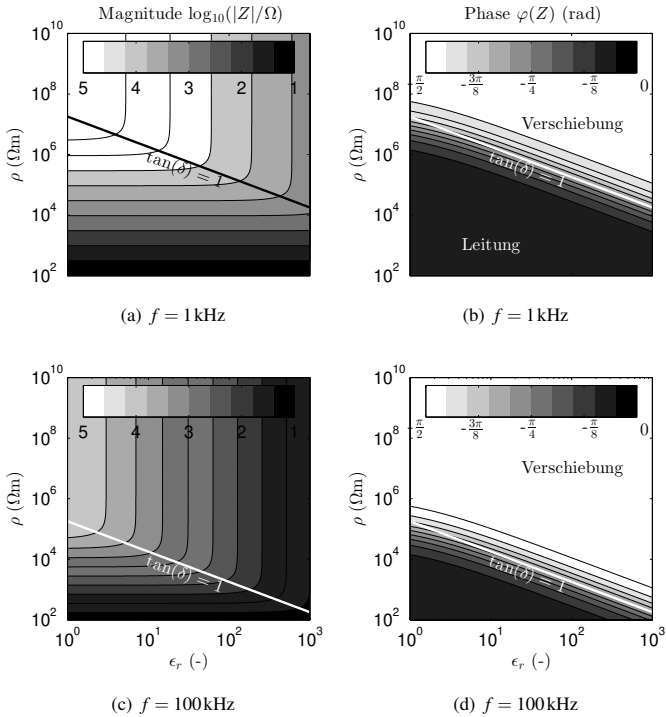


Abbildung 3.5: Frequenzabhängigkeit des Verlustfaktors. $\tan(\delta) = 1$ ist in allen Teilabbildungen als weiße Gerade dargestellt. Links: Zehnerlogarithmierter Betrag der Impedanz für ϵ_r zwischen 10^0 und 10^3 auf der x-Achse und ρ zwischen 10^2 und 10^{10} auf der y-Achse für variierende Frequenzen (a) $f = 1 \text{ kHz}$ und (c) $f = 100 \text{ kHz}$. (b) und (d) zeigen entsprechende Phasen.

3.2 Leitungsmechanismen in Wasser und Eis

Auswirkungen der frequenzabhängigen relativen Permittivität von Eis auf die Messung der 4-Punkt-Impedanz mittels einer kapazitiv angekoppelten Elektrodenkonfiguration, werden am Ende des Kapitels untersucht. Dafür wird zunächst die frequenzabhängige relative Permittivität parameterisiert, so dass die charakteristische Dispersion von Eis anhand von nieder- und hochfrequenten Grenzwerten beschrieben werden kann. Im Folgenden wird zunächst ein Überblick über die Leitungsprozesse in Wasser und Eis gegeben.

3.2.1 Polarisierungseffekte

Wenn Polarisation in dielektrischen Materialien auftritt, kann im Allgemeinen zwischen fünf Mechanismen unterschieden werden (Schön, 2004).

Der Maxwell-Wagner Effekt tritt nur in Materialgemischen auf, wenn eine Komponente leichter polarisierbar oder leitfähiger ist als die übrigen. Beim Anlegen eines elektrischen Feldes sammeln sich freie Ladungen an den Grenzflächen verschiedener Materialkomponenten an (Abbildung 3.6 (a)). Im Permafrostboden stammen diese freien Ladungen sowohl aus flüssigem oder gefrorenem Wasser, als auch von der Oberfläche einzelner Sedimentkörner. Die Grenzflächenpolarisation beeinflusst die elektrische Permittivität stark und macht sich unterhalb von $f = 100\text{kHz}$ bemerkbar (Olhoeft, 1977; Bittelli et al., 2004). In (reinem) Eis tritt der Effekt durch Grenzflächenwasser auf, welches noch bei tiefen Temperaturen beobachtbar ist (Petrenko und Whitworth, 1999).

Die Molekülpolarisation äußert sich beim Anlegen eines externen elektrischen Feldes, indem gesamte Moleküle mit natürlicher Dipolstruktur entsprechend ihrer Ladung räumlich voneinander getrennt werden und dabei eine Deformation erfahren (Schön, 2004). Molekulare Polarisation beeinflusst die elektrische Permittivität stark unterhalb von $f = 1\text{MHz}$.

Die Orientierungspolarisation (Abbildung 3.6 (b)) äußert sich beim Anlegen eines externen elektrischen Feldes, indem sich gesamte Moleküle mit natürlicher Dipolstruktur entlang des elektrischen Wechselfeldes orientieren (Schön, 2004). Je größer dabei das natürliche Dipolmoment des Materials ist, desto größer ist die Permittivität des Materials. Orientierungspolarisation beeinflusst die elektrische Permittivität stark und äußert sich unterhalb von $f = 1\text{GHz}$.

Die Ionen- oder Atompolarisation (Abbildung 3.6 (c)) äußert sich beim Anlegen eines externen elektrischen Feldes, indem sich die Abstände gebundener Atome untereinander verändern. Die Bindungen werden elastisch deformiert, da sich positiv geladene Kationen und negativ geladene Anionen im externen Feld orientieren (Gao und Sammes, 2000). Die ionische Polarisation tritt in Festkörpern auf und wirkt sich schwach auf die Permittivität aus (Artemov und Volkov, 2014), wobei die Auswirkung unterhalb $f = 100\text{GHz}$ beobachtet wird.

Die Elektronenpolarisation (Abbildung 3.6 (d)) äußert sich beim Anlegen eines externen elektrischen Feldes, indem sich die Elektronen und Atomkerne räumlich voneinander trennen und sich entsprechend der Richtung des Feldes orientieren. Elektronenpolarisation tritt in allen Materialien auf, wirkt sich schwach auf die frequenzabhängige relative Permittivität aus und macht sich unterhalb von $f = 10^{15}\text{Hz}$ bemerkbar (Petrenko und Whitworth, 1999).

Wassermoleküle setzen sich aus einem positiv geladenen Sauerstoffatom (O) und zwei negativ geladenen Wasserstoff (H) Atomen zusammen. Sie befinden sich in einer dipolähnlichen Anordnung und weisen dadurch ein großes natürliches Dipolmoment auf. Unterhalb von $f = 100\text{kHz}$ verursachen die Molekül- und Orientierungspolarisation den großen Grenzwert der relativen Permittivität $\epsilon_r \approx 80$ für $f \rightarrow 0\text{Hz}$.

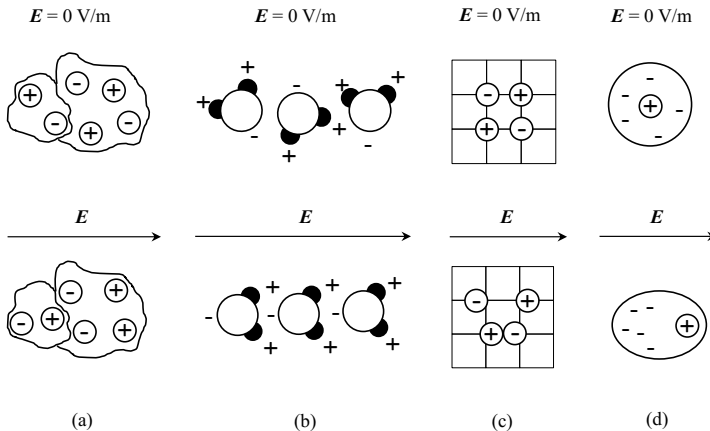


Abbildung 3.6: Verschiedene Polarisationsmechanismen. (a) - (c) nach Gao und Sammes (2000). (a) Maxwell-Wagner Polarisation. (b) Orientierungspolarisation. (c) Ionenpolarisation. (d) Elektronenpolarisation.

Obwohl sich die Moleküle von Eis in einer hexagonalen Gitterstruktur anordnen, nimmt die Polarisationsfähigkeit verglichen mit Wasser nicht ab. Sie steigt sogar leicht an, da mit sinkender Temperatur die thermische Bewegung der Moleküle abnimmt (Petrov und Whitworth, 1999).

Die Orientierung von Eismolekülen am anregenden elektrischen Feld lässt aufgrund von Trägheit oberhalb von $f = 100 \text{ kHz}$ nach. Dann wird die Permittivität von der Elektronenpolarisation verursacht und liegt zwischen 3 und 4. Wassermoleküle folgen elektrischen Felder bis zu $f = 1 \text{ GHz}$, weshalb die Permittivität auch oberhalb von $f = 100 \text{ kHz}$ noch Werte um 80 aufweist (Artemov und Volkov, 2014).

3.2.2 Protonenleitung durch Defekte im Eis

In einem idealen Gitter aus Eismolekülen befinden sich keine freien Elektronen wie in guten Leitern. Ein Gitter wird nach zwei Vorschriften, den so genannten *Ice Rules*, besetzt (Hobbs, 2010).

- Zwei H-Atome sind an ein O-Atom gebunden.
- Pro Bindung gibt es genau ein H-Atom.

Erst durch Punktdefekte in der Gitterstruktur wird Eis elektrisch leitfähig. Im Gegensatz zu klassischen Leitern fließt Strom jedoch durch bewegte Protonen anstelle von bewegten Elektronen. Es wird zwischen folgenden Punktdefekten unterschieden:

1. Verunreinigungen: H₂O Moleküle können durch andere Moleküle in der Gitterstruktur ersetzt werden. Dafür in Frage kommen wasserlösliche, salzartige Hydroxide und Halogenide (z.B. NaCl, HCl, NH₃, HF).
2. Leerstellen und mehrfach besetzte Zwischengitterplätze.
3. Protonendefekte: Als Protonendefekte werden Bindungen bezeichnet, die die *Ice Rules* verletzen. Ionische Defekte bezeichnen O-Atome mit fehlendem oder zusätzlichem H-Atom. Als Bjerrum Defekte werden Bindungen zwischen zwei O-Atomen bezeichnet, die ohne H-Atom oder mit 2 H-Atomen besetzt sind.

3.3 Frequenzabhängigkeit der komplexen relativen Permittivität

Die Frequenzabhängigkeit (oder Dispersion) der komplexen relativen Permittivität von Eis wird durch die vorgestellten Polarisations- und Leitungsmechanismen verursacht. Um die frequenzabhängigen elektrischen Parameter aus der 4-Punkt-Impedanz zu bestimmen, ist eine Parametrisierung im Frequenzbereich erforderlich. Modelle, die dafür in Betracht gezogen werden, haben sich für die Auswertung von Labor- und Feldmessungen mit galvanischer Ankopplung bewährt. Insbesondere haben sie sich etabliert, um die Dispersion von Eis zu beschreiben (Petrenko und Whitworth, 1999). Dabei handelt es sich jedoch hauptsächlich um Laboruntersuchungen (u.a. Alvarez, 1973; Johari und Whalley, 1981; Petong et al., 2000; Bittelli et al., 2004; Grimm et al., 2008; Seshadri et al., 2008; Popov et al., 2015) und wenige Feldexperimente (Kozhevnikov und Antonov, 2006; Grimm et al., 2015; Grimm und Stillman, 2015; Przyklenk et al., 2016). Ob sich die Modelle auch dann zur Auswertung eignen, wenn Impedanzen mit kapazitiv angekoppelten Elektroden gemessen werden, ist Gegenstand der vorliegenden Arbeit.

Die in dieser Arbeit gemessene Impedanz liegt als Betrag und Phase vor. Es ist möglich, die Frequenzabhängigkeit der elektrischen Parameter entweder durch einen komplexen spezifischen Widerstand, oder über eine komplexe relative Permittivität auszudrücken. Dabei sind beide Arten der Darstellung über die Kramers-Kronig Relation äquivalent (Kapitel 2, Abschnitt 2.1.3, Gleichung (2.36)).

Eine einheitliche Konvention hat sich bislang nicht etabliert. Aus der aktuellen Literatur kann allerdings eine Tendenz dahingehend beobachtet werden, dass der komplexe Widerstand (oder die Leitfähigkeit) eher gebräuchlich ist, wenn entweder die angewandte Messmethode, oder der untersuchte Untergrund, mit kleinen Phasenverschiebungen im Bereich einiger Milliradian einher geht. In dem Fall wird die Polarisation durch chemische und hydrogeophysikalische Effekte hervorgerufen. Anstelle der relativen Permittivität werden daher hydrogeophysikalische Größen aus der Impedanz abgeleitet.

Eines der Ziele der vorliegenden Arbeit, ist die Bestimmung der frequenzabhängigen relativen Permittivität. Darüber hinaus werden große Phasen der Impedanz im Radiant-Bereich erwartet. Deshalb erfolgt die Parametrisierung mit der frequenzabhängigen komplexen Permittivität.

Eine Beschreibung der Frequenzabhängigkeit liefert die Parametrisierung anhand phänomenologischer Debye- und Cole-Cole-Modelle (Cole und Cole, 1941). Die Modelle

basieren auf der Überlegung, Speicher- und Leitungsprozesse im Untergrund durch Ersatzschaltkreise zu simulieren. Speicherung wird dabei anhand von kapazitiven Anteilen im Netzwerk berücksichtigt, die Leitung mit Ohm'schen Anteilen (Petrenko und Whitworth, 1999).

3.3.1 Debye-Modell

Die Dispersion der effektiven komplexen relativen Permittivität $\epsilon_{r,eff}^*$ von Eis kann durch ein erweitertes phänomenologisches Debye-Modell beschrieben werden (Hobbs, 2010)

$$\epsilon_{r,eff}^* = \epsilon_{HF} + \frac{(\epsilon_{DC} - \epsilon_{HF})}{1 + i\omega\tau} + \frac{1}{i\omega\epsilon_0\rho_{DC}} \quad (3.8)$$

mit

ϵ_{HF} – hochfrequenter Grenzwert der relativen Permittivität (-)

ϵ_{DC} – niederfrequenter Grenzwert der relativen Permittivität (-)

i – imaginäre Einheit (-)

ω – Kreisfrequenz (Hz)

τ – Relaxationszeit (s)

ϵ_0 – elektrische Permittivität im Vakuum (As/Vm)

ρ_{DC} – spezifischer Gleichstromvolumenwiderstand (*engl.: bulk resistivity*) (Ωm).

Das klassische Debye-Modell (Cole und Cole, 1941) besteht aus den ersten beiden Termen von Gleichung (3.8). Die Erweiterung, die sich für die Parametrisierung von Eis durchgesetzt hat, bezieht sich auf den dritten Term, der zusätzlich den spezifischen Gleichstromwiderstand ρ_{DC} berücksichtigt.

Wenn in einem Material durch Anlegen eines externen elektrischen Feldes Polarisation auftritt, dann ist die Relaxationszeit τ ein Maß dafür, wie schnell es wieder gegen den Gleichgewichtszustand strebt. Folglich liefert die Relaxationszeit ein Unterscheidungsmerkmal für die Bestimmung von Polarisierungseffekten (Abschnitt 3.2.1) und ermöglicht Rückschlüsse über das untersuchte Material. Aus der Relaxationszeit kann die Frequenz bestimmt werden, bei der die Dissipation des Leitungsstroms maximal ist und der Untergrund am meisten Energie in Form von Wärme absorbiert. Sie wird als Debye-Frequenz (Hobbs, 2010)

$$f_D = \frac{1}{2\pi\tau} \quad (3.9)$$

bezeichnet.

3.3.1.1 Darstellung des frequenzabhängigen spezifischen Widerstandes und der relativen Permittivität

Wie bereits eingangs erläutert, hat sich für die Darstellung der frequenzabhängigen elektrischen Parameter kein einheitlicher Standard durchgesetzt. In Folge gibt es, obwohl häufig Gleichung (3.8) als Parametrisierung der Impedanz zu Grunde liegt, verschiedene Möglichkeiten, den effektiven komplexen spezifischen Widerstand anzugeben. In allen

Fällen wird die Kramers-Kronig Relation (Gleichung (2.36)) verwendet, um $\epsilon_{r,eff}^*$ in ρ_{eff}^* zu transformieren (u.a. Loewer et al., 2017)

$$\rho_{eff}^* = (i\omega\epsilon_0\epsilon_{r,eff}^*)^{-1}. \quad (3.10)$$

Eine Option ist die Bildung des Betrags, der häufig in Kombination mit der Phase oder dem Verlustfaktor $\tan(\delta)$ (Abschnitt 3.1.3, Gleichung 3.3) gezeigt wird (z.B. Olhoeft, 1977; Kemna et al., 2000; Grimm und Stillman, 2015). Darüber hinaus besteht die Möglichkeit, den Realteil des spezifischen Widerstandes anzugeben

$$\rho = \text{Re}(\rho_{eff}^*) \quad (3.11)$$

$$= \left(\omega^2 \epsilon_0 \tau \frac{(\epsilon_{DC} - \epsilon_{HF})}{1 + \omega^2 \tau^2} + \frac{1}{\rho_{DC}} \right)^{-1}. \quad (3.12)$$

Der Realteil des komplexen spezifischen Widerstandes wird im Folgenden als ρ bezeichnet.

In Abbildung 3.7 (a) ist der spezifische Widerstand ρ nach Gleichung (3.11) mit einfacher Debye-Parametrisierung abgebildet. Die verwendeten Parameter sind $\epsilon_{DC} = 100$, $\epsilon_{HF} = 10$, $\tau = 2 \cdot 10^{-5}$ s und $\rho_{DC} = 10^7 \Omega\text{m}$.

Für niedrige Frequenzen konvergiert ρ gegen den Grenzwert $\rho_{DC} = 10^7 \Omega\text{m}$. Mit steigender Frequenz nimmt der spezifische Widerstand zunächst ab. In der Nähe der Debye-Frequenz (Dreieck, x-Achse) ist der spezifische Widerstand in einem Frequenzintervall zwischen $f = 2 \cdot 10^3 \text{ Hz}$ und $2 \cdot 10^4 \text{ Hz}$ konstant. Für Frequenzen größer als f_D sinkt ρ . Bei $f = 10^6 \text{ Hz}$ ist der spezifische Widerstand im Vergleich zu ρ_{DC} um fünf Größenordnungen gesunken.

Für die Vergleichbarkeit zu Veröffentlichungen wie (z.B. Grimm et al., 2008; Pascale et al., 2008; Grimm et al., 2015), erfolgt die Darstellung des spezifischen Widerstandes nach Gleichung (3.11). Darüber hinaus bleibt dadurch die Analogie zur Gleichstromgeoelektrik erhalten, da davon ausgegangen werden kann, dass sich Ergebnisse der beiden Methoden im niederfrequenten Bereich entsprechen. Analog zum komplexen spezifischen Widerstand, ist die Darstellung der komplexen relativen Permittivität als Kombination aus Betrag und Phase oder als Real- und Imaginärteil möglich (z.B. Bittelli et al., 2004). Im Folgenden wird auf die Darstellung des Imaginärteils (z.B. Kozhevnikov und Antonov, 2006; Stillman und Grimm, 2010) verzichtet. Stattdessen wird der Realteil der effektiven komplexen relativen Permittivität (Gleichung (3.8)) gezeigt

$$\epsilon_r = \text{Re}(\epsilon_{r,eff}^*) \quad (3.13)$$

$$= \epsilon_{HF} + \frac{(\epsilon_{DC} - \epsilon_{HF})}{1 + \omega^2 \tau^2} \quad (3.14)$$

und als relative Permittivität bezeichnet. In Abbildung 3.7 (b) ist die Dispersion von ϵ_r nach Gleichung (3.14) für $\epsilon_{DC} = 100$, $\epsilon_{HF} = 10$, $\tau = 10^{-4}$ s und $\rho_{DC} = 10^7 \Omega\text{m}$ logarithmisch über der Frequenz zwischen 10 Hz und 10 MHz dargestellt. Die Kurve konvergiert für kleine Frequenzen gegen ϵ_{DC} . Mit zunehmender Frequenz fällt sie auf Grund der Relaxation von ϵ_{DC} gegen ϵ_{HF} ab. Die größte Steigung der Kurve hängt von der Relaxationszeit τ des Untergrundes ab und wird auf der Frequenz-Achse mit der Debye-Frequenz durch ein dreieckiges Symbol markiert. Für größere Frequenzen konvergiert ϵ_r gegen ϵ_{DC} .

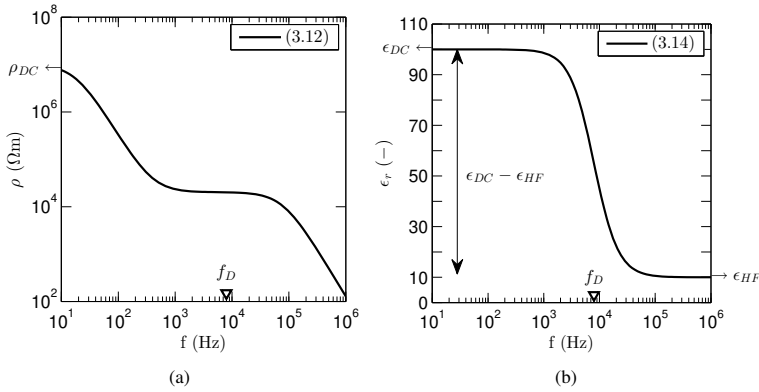


Abbildung 3.7: (a) Frequenzabhängiger spezifischen Widerstandes in logarithmischer Auftragung in einfacher Debye-Parametrisierung berechnet für mögliche Parameter von Eis: $\epsilon_{DC} = 100$, $\epsilon_{HF} = 10$, $\tau = 10^{-4} \text{ s}$ und $\rho_{DC} = 10^7 \Omega\text{m}$. Dargestellt ist der Realteil des komplexen effektiven Widerstandes $\rho = \text{Re}(\rho_{eff}^*)$ nach Gleichung (3.12). (b) Darstellung der einfach Debye-parametrisierten relativen Permittivität als Realteil der effektiven komplexen relativen Permittivität nach Gleichung (3.14) in logarithmischer Auftragung über der Frequenz, berechnet für die gleichen Parameter wie in (a).

3.3.1.2 Temperaturabhängigkeit

Die komplexe Permittivität ist über die Relaxationszeit von Eis temperaturabhängig. Diese Temperaturabhängigkeit ist Gegenstand zahlreicher Labor- und Feldstudien (z.B. Fortier et al., 1993; Seshadri et al., 2008; Stillman und Grimm, 2010). Die Relaxationszeit hängt neben der Temperatur T in Kelvin, vom Frequenzfaktor $A = 5,3 \cdot 10^{-16} \text{ s}$, der Aktivierungsenergie $\Delta E = 0,67 \text{ eV}$ und der Boltzmann-Konstante $k_B = 8,617 \cdot 10^{-5} \text{ eVK}^{-1}$ ab (Johari und Whalley, 1981)

$$\tau = A \cdot e^{\frac{\Delta E}{k_B T}}. \quad (3.15)$$

Die Temperaturabhängigkeit der Relaxationszeit ist für oben genannte Parameter nach Gleichung (3.15) in Abbildung 3.8 dargestellt. Mit steigender Temperatur nimmt die Relaxationszeit ab. Die Erhöhung um 10K führt zur Halbierung der Relaxationszeit. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden Feldmessungen vorgestellt, die während Temperaturen um den Gefrierpunkt stattfanden. Die Auswertung der gemessenen Impedanz erfolgt mit dem Fokus auf grundlegende Fragestellungen, weshalb auf die explizite Berücksichtigung der Temperatur verzichtet wird. Stattdessen wird aus der Impedanz anhand der Parametrisierung direkt die Relaxationszeit bestimmt.

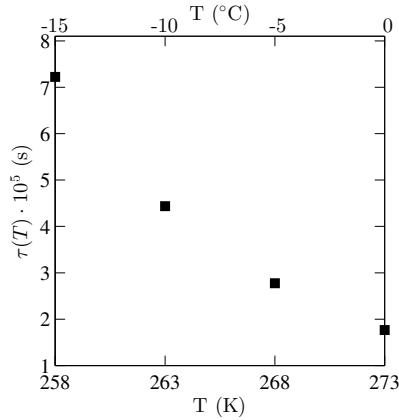


Abbildung 3.8: Temperaturabhängigkeit der Relaxationszeit von Eis nach Gleichung (3.15).

Weil die lokale und zeitliche Variationen der Temperatur im Folgenden vernachlässigt wird, soll an dieser Stelle gezeigt werden, dass erwartete Temperaturunterschiede keinen entscheidenden Einfluss auf das Ergebnis der Impedanzmessungen haben.

Abbildung 3.9 (a) zeigt die Abhängigkeit von ρ nach Gleichung (3.14) bei steigender Temperatur und variierenden Relaxationszeiten aus Abbildung 3.8. Die übrigen Parameter des Debye-Modells sind konstant $\epsilon_{DC} = 80$, $\epsilon_{HF} = 4$ und $\rho_{DC} = 10^7 \Omega\text{m}$.

Zwischen $f = 10\text{Hz}$ und $f = 100\text{Hz}$ bewirkt ein Temperaturunterschied von 5 K prozentuale Änderungen um 1 %. In dem Frequenzintervall, in dem die Debye-Frequenzen (weiß gefüllte Dreiecke) liegen, ist die Temperaturabhängigkeit maximal und dieselbe Temperaturänderung führt zu einer Abweichung von 30 %. Der temperaturabhängige spezifische Widerstand variiert damit innerhalb einer Größenordnung.

Abbildung 3.9 (b) zeigt, dass ϵ_r am stärksten in der Nähe der Debye-Frequenzen (weiß gefüllte Dreiecke) von der Temperaturänderungen beeinflusst wird. Die Erhöhung der Temperatur um 5 K bewirkt eine prozentuale Abweichung von 40 %, da sich die Spektren in Richtung größerer Frequenzen verschieben.

Streng genommen sind sämtliche Parameter der Debye-Parametrisierung von der Temperatur abhängig (Bordonsky et al., 2002). Beispielsweise beträgt der niederfrequente Grenzwert ϵ_{DC} von im Labor hergestellten Eis bei $T = 0^\circ\text{C}$ 92, bei $T = -40^\circ\text{C}$ steigt er auf 102 (Hobbs, 2010).

Dennoch wird im Folgenden die Temperatur, obwohl sie im Kontext der Permafrostforschung eine wichtige Rolle einnimmt, aus zwei Gründen nicht berücksichtigt. Erstens steht die Beantwortung der Frage im Vordergrund, ob elektrische Parameter aus der Impedanz ableitbar sind, wenn die verwendeten Elektroden kapazitiv angekoppelt werden. Zweitens ist der in der vorliegenden Arbeit relevante Temperaturbereich klein, so dass die Temperaturabhängigkeit aller elektrischen Parameter von untergeordneter Bedeutung ist.

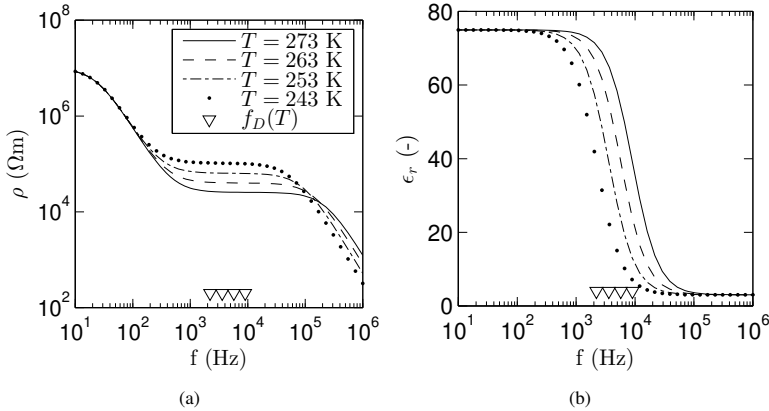


Abbildung 3.9: Temperaturabhängigkeit des frequenzabhängigen spezifischen Widerstandes (a) und der relativen Permittivität (b) von Eis bei $f = 10\text{ Hz}$ und $f = 10^6\text{ Hz}$.

3.3.1.3 Frequenzabhängigkeit von Wasser und Eis

Wenn die frequenzabhängige Permittivität von Eis untersucht wird, dann können Effekte eintreten, die durch Grenzflächenwasser hervorgerufen werden. Grenzflächenwasser tritt zwischen Eiskristallen auf und liegt auch bei tiefen Temperaturen vor ($\approx 200\text{ K}$ (Petrenko, 1993)). Es kann daher insbesondere während Felduntersuchungen von natürlichem Eis nicht ausgeschlossen werden.

Abbildung 3.10 zeigt Debye-Spektren der relativen Permittivität nach Gleichung (3.14) von Grenzflächenwasser in Eis (durchgezogene Kurve), reinem Eis (gestrichelte Kurve) und Wasser (punktierte Kurve) in doppelt-logarithmischer Darstellung über der Frequenz zwischen $f = 10\text{ Hz}$ und 10^{12} Hz und $T = 273\text{ K}$. Der grau schattierte Frequenzbereich liegt oberhalb des Anwendungsbereichs der Kapazitiven Geoelektrik. Nach Artemov und Volkov (2014) unterscheiden sich die Grenzwerte der Permittivität von Wasser und Eis bei $T = 273\text{ K}$ um etwa 10%. Die hier verwendeten Debye-Parameter sind, mit Ausnahme der Relaxationszeit τ , für die drei verschiedenen Kurven konstant gewählt mit $\rho_{DC} = 10^{10}\Omega\text{m}$, $\epsilon_{DC} = 80$ und $\epsilon_{HF} = 4$.

Die drei verschiedenen gewählten Relaxationszeiten werden auf der x-Achse durch die Debye-Frequenzen (weiß gefüllte Dreiecke) markiert. Relaxationszeit und Debye-Frequenz stehen in einem inversen Verhältnis zueinander (Gleichung 3.9). Das Grenzflächenwasser ($\tau = 1,1 \cdot 10^{-3}\text{ s}$ (vgl. Grimm und Stillman, 2015)) relaxiert im Vergleich zum Eis ($\tau = 2 \cdot 10^{-5}\text{ s}$ (vgl. Grimm et al., 2008)) langsam. Entsprechend ist die Debye-Frequenz klein, so dass die Permittivität bei kleinen Frequenzen von ϵ_{DC} auf ϵ_{HF} abfällt. Reines, ungebundenes Wasser relaxiert so schnell, dass die typische Relaxationszeit ($\tau = 1,7 \cdot 10^{-11}\text{ s}$ (vgl. Buchner et al., 1999)), beziehungsweise Debye-Frequenz, außerhalb der Bandbreite der Kapazitiven Geoelektrik liegt. Theoretisch ist deshalb auch im hochfrequenten Bereich der Kapazitiven Geoelektrik ($f \approx 100\text{ kHz}$) noch $\epsilon_{DC} \approx 80$ von Wasser messbar.

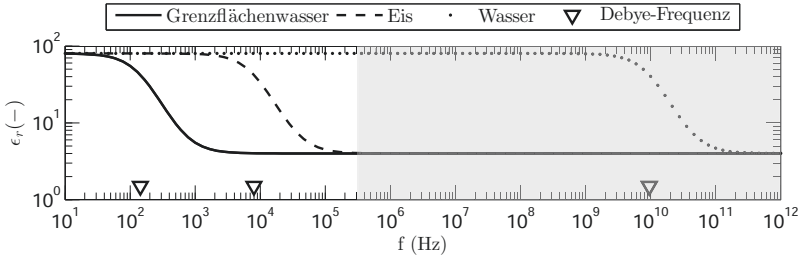


Abbildung 3.10: Frequenzabhängigkeit von ϵ_r für Grenzflächenwasser, Wasser und Eis zwischen 10 Hz und 10^{12} Hz bei $T = 273$ K. Das grau schattierte Frequenzband liegt außerhalb des Messbereichs der in dieser Arbeit verwendeten Apparatur.

3.3.1.4 Zweifaches Debye-Modell

Das zweifache Debye-Modell (D2) bietet die Möglichkeit Spektren zu parametrisieren, die Signaturen von zwei verschiedenen Polarisierungseffekten enthalten. Beispielsweise lassen sich Relaxationen von Eis und Grenzflächenwasser mit einem gemeinsamen Spektrum darstellen (Stillman und Grimm, 2010; Lorek und Wagner, 2013)

$$\epsilon_{r,eff}^* = \frac{(\epsilon_{DC} - \epsilon_{IM})}{1 + i\omega\tau_1} + \frac{(\epsilon_{IM} - \epsilon_{HF})}{1 + i\omega\tau_2} + \epsilon_{HF} + \frac{1}{i\omega\epsilon_0\rho_{DC}}. \quad (3.16)$$

Der niederfrequente Grenzwert ϵ_{DC} fällt zunächst auf einen mittleren Wert ϵ_{IM} (engl.: *intermediate*) ab. Nach der zweiten Relaxation sinkt ϵ_{IM} auf den hochfrequenten Grenzwert ϵ_{HF} . Frequenzen, bei denen die Relaxationen stattfinden, werden durch die Relaxationszeiten im Nenner der ersten zwei Terme von Gleichung (3.16) vorgegeben. Als relative Permittivität wird der Realteil der effektiven komplexen relativen Permittivität angegeben $\epsilon_r = \text{Re}(\epsilon_{r,eff}^*)$ (Gleichung (3.13) und (3.16)). Das Spektrum der relativen Permittivität kann in verschiedene Anteile zerlegt werden, wobei der erste Term aus Gleichung (3.16) als Relaxation 1

$$\text{Relaxation 1} = \text{Re} \left(\frac{(\epsilon_{DC} - \epsilon_{IM})}{1 + i\omega\tau_1} \right) \quad (3.17)$$

und der zweite Term als Relaxation 2

$$\text{Relaxation 2} = \text{Re} \left(\frac{(\epsilon_{IM} - \epsilon_{HF})}{1 + i\omega\tau_2} \right) \quad (3.18)$$

bezeichnet wird. Abbildung 3.11 zeigt ein Beispiel für eine D2-Parametrisierung zwischen $f = 10$ Hz und $f = 10^6$ Hz, das mit $\epsilon_{DC} = 80$, $\epsilon_{IM} = 20$, $\epsilon_{HF} = 4$, $\tau_1 = 1,1 \cdot 10^{-3}$ s und $\tau_2 = 10^{-5}$ s berechnet wurde. Die Permittivität nach Gleichung (3.13) und (3.16) ist als durchgezogene Kurve (D2) dargestellt. Wie eingangs beschrieben sinkt die Permittivität mit steigender Frequenz von ϵ_{DC} auf ϵ_{IM} und anschließend auf ϵ_{HF} . Die drei Werte sind dabei aus den Plateaus des Spektrums ablesbar. Weiterhin sind Relaxation 1 (gestrichelte Kurve) und Relaxation 2 (gepunktete Kurve) abgebildet. Im niederfrequenten

Bereich wird D2 durch Relaxation 1, im mittleren Frequenzbereich durch Relaxation 2 dominiert. Im Bereich der Plateaus entspricht die Differenz zwischen den Kurven D2 und Relaxation 1 der Differenz der Parameter ϵ_{DC} und ϵ_{IM} . Im mittleren Frequenzbereich ist aus der Differenz zwischen den Kurven D2 und Relaxation 2 der Unterschied zwischen ϵ_{IM} und ϵ_{HF} ablesbar.

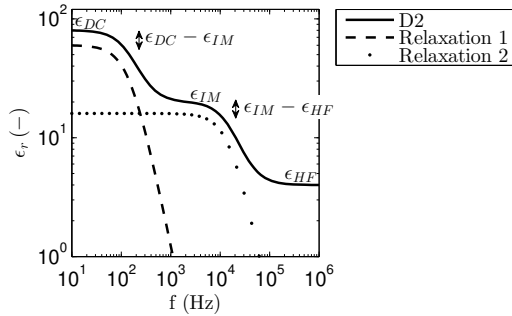


Abbildung 3.11: Zweifache Debye-Parametrisierung der relativen Permittivität für zwei Komponenten (D2) und Zerlegung in die erste und zweite Relaxation nach den Gleichungen (3.16), (3.17) und (3.18).

3.3.2 Cole-Cole-Modell

Mehr Flexibilität als das Debye-Modell bietet das Cole-Cole-Modell (Cole und Cole, 1941). Neben den bereits eingeführten Parametern wird die Dispersion der relativen Permittivität zusätzlich mit dem dimensionslosen Frequenzexponenten c ($0 < c \leq 1$) modelliert (Stillman und Grimm, 2010; Lorek und Wagner, 2013)

$$\epsilon_{r,eff}^* = \frac{(\epsilon_{DC} - \epsilon_{HF})}{1 + (i\omega\tau)^c} + \epsilon_{HF} + \frac{1}{i\omega\epsilon_0\rho_{DC}}. \quad (3.19)$$

Für $c = 1$ entspricht die Cole-Cole- der Debye-Parametrisierung. Der Einfluss des Frequenzexponenten ist in Abbildung 3.12 dargestellt mit $\epsilon_{DC} = 80$, $\epsilon_{HF} = 4$, $\rho_{DC} = 10^{10} \Omega\text{m}$ und $\tau = 2 \cdot 10^{-5} \text{ s}$. Abgebildet ist der Realteil der effektiven relativen Permittivität $\epsilon_r = \text{Re}(\epsilon_{r,eff}^*)$ (Gleichung (3.13) und (3.19)) in doppelt-logarithmischer Auftragung über der Frequenz zwischen $f = 10 \text{ Hz}$ und 1 MHz . Die Dispersionsspektren sind für fünf verschiedene Frequenzexponenten zwischen $c = 0,2$ und $c = 1$ berechnet. Je kleiner c ist, desto stärker wird die frequenzabhängige Dynamik von ϵ_r' gedämpft. Mit Abnahme der Steigung konvergieren die Spektren langsamer gegen ϵ_{DC} und ϵ_{HF} .

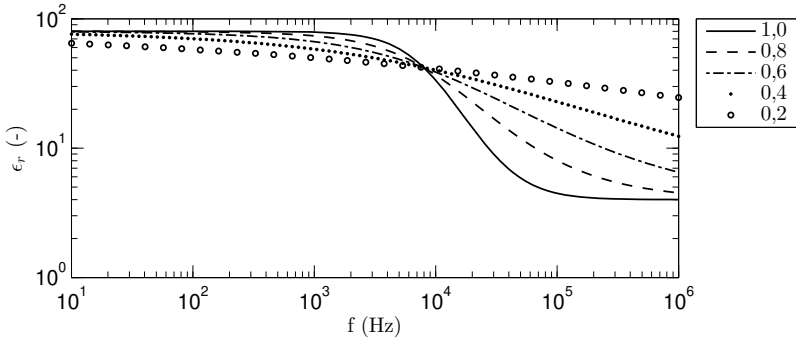


Abbildung 3.12: Einfluss des Frequenzexponenten c auf die Cole-Cole-Parametrisierung der relativen Permittivität (Gleichung (3.19)) bei konstanten Parametern des Cole-Cole Modells $\epsilon_{DC} = 80$, $\epsilon_{HF} = 4$, $\rho_{DC} = 10^{10} \Omega m$ und $\tau = 2 \cdot 10^{-5} s$ zwischen $f = 10^1 Hz$ und $10^6 Hz$.

3.3.2.1 Zweifaches Cole-Cole-Modell

Wie im Debye-Modell können im Cole-Cole-Modell überlagerte Relaxationen parametrisiert werden. Für zwei überlagerte Relaxationen in einem Dispersionsspektrum lautet die effektive relative Permittivität mit der zweifachen Cole-Cole-Parametrisierung (CC2) (Stillman und Grimm, 2010; Lorek und Wagner, 2013)

$$\epsilon_{r,eff}^* = \frac{(\epsilon_{DC} - \epsilon_{IM})}{1 + (i\omega\tau_1)^{c_1}} + \frac{(\epsilon_{IM} - \epsilon_{HF})}{1 + (i\omega\tau_2)^{c_2}} + \epsilon_{HF} + \frac{1}{i\omega\epsilon_0\rho_{DC}}. \quad (3.20)$$

Die Relaxationszeit τ_1 und der Frequenzexponent c_1 sind dabei Parameter der ersten Relaxation von ϵ_{DC} auf ϵ_{IM} . τ_2 und c_2 sind entsprechende Parameter der zweiten Relaxation von ϵ_{IM} auf ϵ_{HF} .

Abbildung 3.13 zeigt ein Beispiel für eine CC2-Parametrisierung zwischen $f = 10 Hz$ und $f = 10^6 Hz$, das mit $\epsilon_{DC} = 80$, $\epsilon_{IM} = 20$, $\epsilon_{HF} = 4$, $\tau_1 = 1, 1 \cdot 10^{-3} s$, $\tau_2 = 10^{-5} s$ und $c_1 = c_2 = 0,7$ berechnet wurde. Die Permittivität nach Gleichung (3.13) und (3.20) ist als durchgezogene Kurve (CC2) dargestellt.

Im Vergleich zur zweifachen Debye-Parametrisierung (Abbildung 3.11) verliert das Spektrum an Dynamik, so dass ϵ_{DC} , ϵ_{IM} und ϵ_{HF} weniger prägnant sind. Die Flanken von Relaxation 1 (gestrichelte Linie) und Relaxation 2 (punktuierte Linie) weisen durch den Frequenzexponenten eine kleinere Steigung auf und verlaufen flacher.

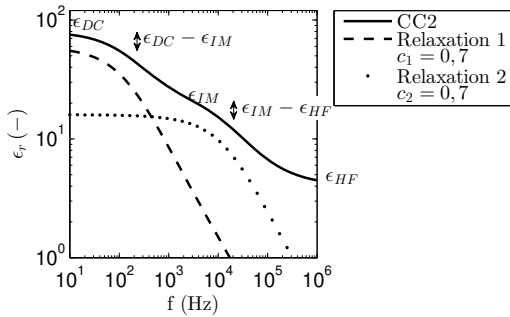


Abbildung 3.13: Zweifache Cole-Cole-Parametrisierung (CC2) der relativen Permittivität und Zerlegung in die erste und zweite Relaxation.

3.4 4-Punkt-Impedanz und frequenzabhängige elektrische Parameter

Die 4-Punkt-Impedanz wurde in Kapitel 2 (Abschnitt 2.7, Gleichung (2.86)) vorgestellt und hinsichtlich der Variation von Frequenz, Höhenfaktor und frequenzunabhängigen elektrischen Parametern untersucht. Es wurde festgestellt, dass bereits kleine Veränderungen des Höhenfaktors die 4-Punkt-Impedanz beeinflussen, wenn die elektrischen Parameter als frequenzunabhängig angenommen werden. Daher scheint die Bestimmung der elektrischen Parameter bei unbekanntem Höhenfaktor zunächst problematisch zu sein.

Mit der Zielsetzung, die 4-Punkt-Impedanz im Frequenzbereich über die effektive komplexe relative Permittivität zu parametrisieren, wurden das Debye- und Cole-Cole-Modell in einfacher (D1, CC1) und zweifacher Ausführung (D2, CC2) vorgestellt. Die Modelle eignen sich insbesondere für die Beschreibung der Dispersion von Wasser und Eis.

Im Folgenden wird die 4-Punkt-Impedanz für kleine Elektrodenauslagen ($K = 2\pi m$) hinsichtlich frequenzabhängiger elektrischer Parameter von Eis untersucht. Um Veränderungen hervorzuheben, die auf der Parametrisierung im Frequenzbereich basieren, wird zum Vergleich die bereits vorgestellte 4-Punkt-Impedanz herangezogen, die aus frequenzunabhängigen Parametern hervorgeht. Im Vordergrund stehen dabei Veränderungen, die durch Variation des Höhenfaktors verursacht werden. Dafür wird die 4-Punkt-Impedanz im Frequenzbereich exemplarisch mit dem einfachen Debye-Modell (Abschnitt 3.3.1, Gleichung (3.8)) parametrisiert. Die gewählten Modellparameter beschreiben reines Eis und lauten: $\epsilon_{DC} = 80$, $\epsilon_{HF} = 3$, $\tau = 2 \cdot 10^{-5} s$ und $\rho_{DC} = 10^7 \Omega m$.

Der aus dem einfachen Debye-Modell bestimmte frequenzabhängige spezifische Widerstand (Gleichung (3.12)) und die dazugehörige frequenzabhängige Permittivität (Gleichung (3.14)), sind in Abbildung 3.14 (a) und (b) doppelt-logarithmisch für Frequenzen zwischen $f = 10 Hz$ und $f = 10^6 Hz$ dargestellt (schwarz gefüllte Symbole). Die weiß gefüllten Symbole in (a) und (b) entsprechen frequenzunabhängigen elektrischen Parametern, die zum Vergleich verwendet werden. Teilabbildungen 3.14 (c) und (d) zeigen

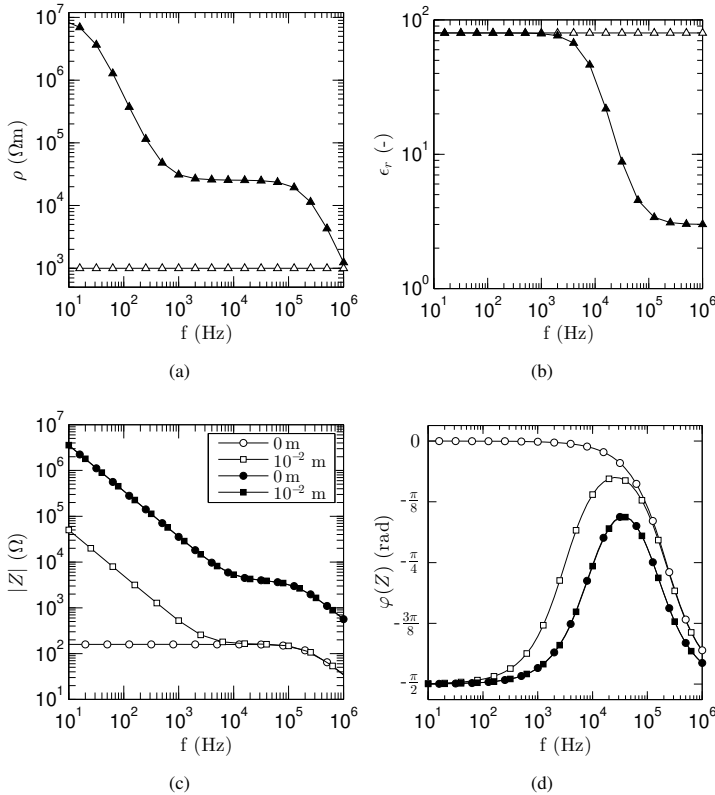


Abbildung 3.14: (a)-(b) Einfach Debye-parametrisierter spezifischer Widerstand und relative Permittivität von reinem Eis (schwarz gefüllte Symbole) in doppelt-logarithmischer Darstellung über der Frequenz zwischen $f = 10\text{Hz}$ und 1MHz . Konstante Werte (weiß gefüllte Symbole) dienen dem Vergleich in (c) und (d). (c)-(d) Entsprechende Impedanzspektren für zwei verschiedene Elektrodenhöhen $h = 0\text{m}$ (Kreise) und $h = 10^{-2}\text{m}$ (Quadrate). Spektren, die durch weiß gefüllte Symbole dargestellt sind, wurden mit frequenzunabhängigen elektrischen Parameter aus (a) und (b) berechnet. Spektren, die durch schwarz gefüllte Symbole dargestellt sind, wurden mit frequenzabhängigen elektrischen Parameter aus (a) und (b) berechnet.

jeweils vier Spektren zwischen $f = 10\text{Hz}$ und $f = 10^6\text{Hz}$ vom Betrag und der Phase der Impedanz, in Abhängigkeit der Elektrodenhöhe h und für elektrische Parameter aus (a) und (b). Dargestellt sind jeweils zwei Spektren mit aufliegenden Elektroden, die mit der gemeinsamen Elektrodenhöhe $h = 0\text{m}$ ($H = 1$) berechnet wurden (Kreise). Weitere zwei Spektren sind für Elektroden mit einer gemeinsamen Elektrodenhöhe $h = 10^{-2}\text{m}$ ($\log_{10}(1 - H) = -3,5$) über dem Untergrund dargestellt (Quadrate). Weiß gefüllte Symbole entsprechen Spektren, die auf frequenzunabhängigen elektrischen Parametern basieren. Schwarz gefüllte Symbole zeigen Spektren, die für die frequenzabhängigen elektrische Parameter aus (a) und (b) berechnet wurden.

Bei konstanten elektrischen Parametern sind Betrag und Phase für die beiden unterschiedlich großen gemeinsamen Elektrodenhöhen deutlich voneinander unterscheidbar. Die Empfindlichkeit der Impedanz gegenüber der Elektrodenhöhe nimmt stark ab, wenn für die elektrischen Parameter die Dispersion von Eis angenommen wird.

Die Antwort auf die Frage, unter welchen Bedingungen die Impedanz von einer Variation des Höhenfaktors abhängt, liefert der Verlustfaktor $\tan(\delta)$ aus Abschnitt 3.1.3 (Gleichung (3.3)). Er wird im hier gezeigten Beispiel maßgeblich durch die unterschiedlich gewählten Werte für ρ_{DC} beeinflusst.

Impedanzen, die vom Höhenfaktor abhängen sind mit

- $\rho_{DC} = 10^3\Omega\text{m}$ berechnet und
- für den Verlustfaktor gilt $\tan(\delta) = 2 \approx 1$.

Impedanzen, die nicht vom Höhenfaktor abhängen sind mit

- $\rho_{DC} = 10^7\Omega\text{m}$ berechnet und
- für den Verlustfaktor gilt $\tan(\delta) = 2 \cdot 10^4 \gg 1$.

Die unterschiedlichen Verlustfaktoren wirken sich insbesondere auf die Phase aus. In Teilabbildung 3.14 (d) beträgt die maximale Differenz zwischen den beiden Phasenspektren für $h = 0\text{m}$ (weiß gefüllte Kreise und schwarz gefüllte Kreise) im niederfrequenten Bereich bei $f = 10\text{Hz}$ $\pi/2\text{rad}$.

Im Fall $\tan(\delta) = 2 \cdot 10^4 \gg 1$ dominiert der spezifische Widerstand die Impedanz und es überwiegen Leitungsströme mit $\varphi = 0\text{rad}$ im Untergrund (3.5). Bei $\tan(\delta) = 2 \approx 1$ wird die Impedanz durch den spezifischen Widerstand und die relative Permittivität beeinflusst (3.5), so dass beide Größen bestimmbar sind.

Die Unabhängigkeit der Impedanz vom Höhenfaktor hält für kleine Elektrodenauslagen ($K = 2\pi\text{m}$) und große scheinbare Elektrodenhöhen ($h = 10^{-2}\text{m}$) im gesamten relevanten Frequenzbereich stand, wenn

$$\frac{\tan(\delta)}{H(h)} \leq 0,1 \quad (3.21)$$

gilt. Der Unterschied zwischen Betrag und Phase von Impedanzen mit nicht vernachlässigbarer Elektrodenhöhe $h > 0\text{m}$ ($H < 1$) und Impedanzen mit aufliegenden Elektroden $h \rightarrow 0\text{m}$ ($H \rightarrow 1$) beträgt dann weniger als 0,1 % und weit weniger als 0,001 rad.

3.5 Zusammenfassung

Die Parameterstudie zur Untersuchung der Impedanz einer kapazitiv angekoppelten 4-Punkt-Elektrodenanordnung führt zu folgenden Erkenntnissen:

- Bei moderaten frequenzunabhängigen spezifischen Widerständen im Untergrund, beeinflusst der Höhenfaktor die Impedanz stark (Abschnitt 3.1.1, Abbildung 3.1).
- Der Verlustfaktor $\tan(\delta)$ ermöglicht eine Abschätzung von der Sensitivität der Impedanz gegenüber ϵ_r und ρ . Wenn f , ϵ_r und ρ klein sind, dann beeinflusst ρ die Impedanz maßgeblich. Wenn f , ϵ_r und ρ groß sind, dann beeinflusst ϵ_r die Impedanz am stärksten (Abschnitt 3.1.3, Gleichung (3.5)-(3.7)).
- Die Frequenzabhängigkeit der effektiven relativen Permittivität von Eis ist durch phänomenologische Debye- und Cole-Cole-Modelle beschreibbar (Abschnitt 3.3.1, Gleichung 3.8 und Abschnitt 3.3.2, Gleichung 3.19). Für die Bestimmung der frequenzabhängigen effektiven relativen Permittivität aus der 4-Punkt-Impedanz, kann diese theoretisch im Frequenzbereich mit den vorgestellten Modellen parametrisiert werden.
- Wird für den Untergrund die frequenzabhängige effektive relative Permittivität von Eis angenommen, dann wird der Einfluss des Höhenfaktors auf die 4-Punkt-Impedanz reduziert (Abschnitt 3.4, Abbildung 3.14). Ursache für die Höhenunabhängigkeit der Impedanz ist die typische Dispersion von Eis. Diese führt in einem breiten Frequenzband zu dem Verlustfaktor $\tan(\delta) \approx 1$. Wenn bei $f \rightarrow 0\text{ Hz}$ für $\tan(\delta)/H(h) \leq 0,1$ gilt, dann kann auch bei $H \neq 1$, beziehungsweise $h > 0\text{ m}$, davon ausgegangen werden, dass die gemessene Impedanz, neben den bekannten Einflussgrößen, der Messfrequenz und dem Gleichstromgeometriefaktor, allein von den elektrischen Untergrundparametern und nicht vom unbekannten Höhenfaktor abhängt (Abschnitt 3.4, Gleichung (3.21)).

4 Das Chameleon-System auf Basis kapazitiv angekoppelter Elektroden

Das in dieser Arbeit verwendete Impedanz-Messsystem auf Basis kapazitiv angekoppelter Elektroden namens *Chameleon* wurde eigens nach den im Folgenden formulierten Anforderungen von Radic Research Berlin entworfen und angefertigt. Seitdem wurde die Apparatur fortlaufend weiter entwickelt. Teil des Chameleon-Systems ist neben der Hardware, eine auf LabVIEW (National InstrumentsTM) basierende Software zur Steuerung, Durchführung und vorläufigen Auswertung der gemessenen Impedanzspektren. Die kapazitiv ankoppelnden Elektroden wurden in Eigenanfertigung in der Werkstatt des IGEP an der TU Braunschweig hergestellt.

Das Chameleon-System wurde entwickelt, um Impedanzmessungen unter schwierigen Bedingungen in periglazialen Gebieten durchzuführen. Mit dem Ziel, die charakteristische Dispersion von Eis über mehrere Frequenzdekaden zu untersuchen, verwendet das Chameleon-System eine für Geoelektrik-Apparaturen einzigartig große Bandbreite zwischen 0,001 Hz und 240 kHz. Insbesondere wird, mit dem Ziel der Bestimmung der vollständigen effektiven Dispersion der komplexen relativen Permittivität, neben dem Betrag der Impedanz zusätzlich die Phase gemessen. Die Messung der Phase ist aus technischer Sicht eine anspruchsvolle Herausforderung. Bislang existieren einige wenige Prototypen auf Basis kapazitiv angekoppelter Elektroden, die phasensensitive Messungen ermöglichen (Flageul et al., 2013; Hördt et al., 2013).

Eine besonders niedrige Eingangskapazität von 1,5 pF (seit Anfang 2015 1,2 pF) reduziert systematische Fehler, die während Messungen im niederfrequenten Bereich auftreten können. Neuartige, aktive Vorverstärker werden direkt an den Elektroden zur Potentialmessung platziert. Die stromführenden Kabel sind CE-kompensiert (Radić und Klitzsch, 2012), um Störungen durch kapazitive Leckströme (*C*, engl.: *Current*) zwischen Kabeln und dem Untergrund (*E*, engl.: *Earth*) zu unterdrücken. Das System ist mit einer hohen Eingangsimpedanz ausgestattet ($10^{12} \Omega$) und ermöglicht damit, auch unter der Verwendung von niedrigeren Messfrequenzen, Messungen über hoch resistiven Untergründen. In Kombination mit der großen Bandbreite und der Verwendung von kapazitiv angekoppelten Elektroden, werden Ankopplungsprobleme überwunden, die typischerweise bei Messungen von resistiven Böden auftreten (Hördt et al., 2013). Eine besondere Art der Erdung wird durch den Einsatz zweier interner 100 M Ω Widerstände realisiert (seit Anfang 2015 1 G Ω), welche Messungen mit galvanisch-entkoppelten Elektroden ermöglicht. Außerdem entfällt dadurch die für Geoelektrik-Apparaturen übliche zusätzliche Elektrode zur Erdung des Systems. Zum Senden und Empfangen von digitalisierten Signalen werden Glasfaserkabel verwendet. Der Einsatz von Glasfaserkabeln verringert Störungen der

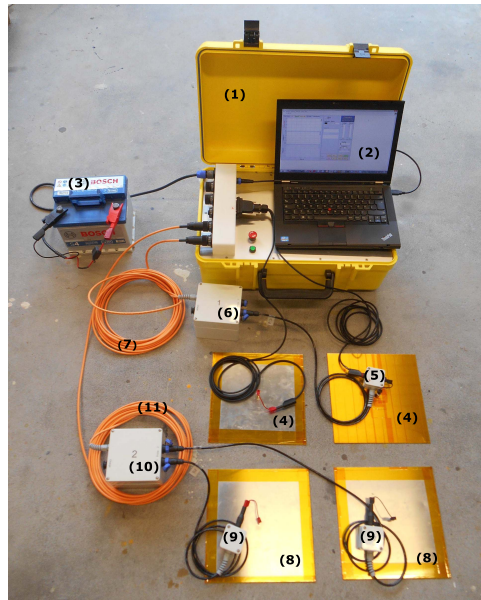


Abbildung 4.1: Neuartiges Chameleon-System für Impedanzmessungen auf Basis kapazitiv angekoppelter Elektroden: (1) Base Unit; (2) Notebook PC; (3) Autobatterie; Stromeinspeisung und -messung: (4) Stromelektroden; (5) Strom Probe; (6) Remote Unit; (7) Glasfaserkabel; Potentialmessung: (8) Potentialelektroden; (9) Potential Probes; (10) Remote Unit; (11) Glasfaserkabel.

gemessenen Signale durch kapazitive Kopplungseffekte (zwischen Strom- und Potentialkabeln und zwischen den Kabeln und dem Untergrund). Ein Effekt, der technisch nicht unterdrückt werden kann, ist die induktive Ankopplung der Elektroden und der stromführenden Kabel an den Untergrund. Ob induktiven Kopplung zu erwarten ist, kann anhand der niedrigen Induktionszahl abgeschätzt werden (Abschnitt 2.1.2). Abbildung 4.1 zeigt ein Foto der Chameleon-Apparatur. Die Base Unit (1) wird mit einer 12V-Autobatterie betrieben (3) und beherbergt einen Transmitter, der sinusförmige Signale für Frequenzen zwischen 1 mHz und 240kHz mit einer maximalen Leistung von $\pm 400\text{ V}$ and $\pm 10\text{ mA}$ liefert. Ein Notebook PC (2) steuert über die Chameleon-Software (Anhang A) das Messsystem, die Datenaufnahme, die Datenspeicherung und stellt Zeitreihen oder aus den Zeitreihen berechnete Spektren in Echtzeit dar. Zwei Stromelektroden (4) (Aluminium, mit $65\text{ }\mu\text{m}$ dicker, selbstklebender Kaptonfolie überzogen) werden für die Stromeinspeisung mit der Base Unit verbunden. Der Messkreis für die Strommessung besteht aus den Stromelektroden, einer Strom Probe (5), mit der der Strom, welcher in den Untergrund eingespeist wird, gemessen wird und einer Remote Unit (6), die im Wesentlichen ein Analog-Digital-Wandler ist. Transformierte digitale Signale werden von der Remote Unit über Glasfaserkabel (7) an die Base Unit gesendet. Für die Potentialmessung wird ein

weiteres Paar von kapazitiv angekoppelten Elektroden (8) verwendet. Beide Potential-elektroden sind an eine Potential Probe (Vorverstärker mit hohem Widerstand und niedriger Kapazität) (9) angeschlossen. Die beiden analogen Potential-Signale werden in einer weiteren Remote Unit (10) in digitale Signale transformiert. Über ein Glasfaserkabel (11) wird die Potentialmessung an die Base Unit gesendet, an die Software am Notebook (2) übergeben, angezeigt und abgespeichert.

4.1 Datenprozessierung zur Schätzung der Impedanz

Die Darstellung gemessener Impedanzen erfolgt mit der Software, die Teil des Chameleon-Systems ist. Im Detail sind die statistischen Verfahren zur Widerstandsschätzung in der Dissertationsschrift Radić (2008) beschrieben. In diesem Abschnitt werden die wesentlichen Schritte zur Schätzung der Impedanz und ihres Vertrauensbereichs aus Radić (2008), Kapitel 4 wiedergegeben.

Die in der Ergebnis-Datei (Anhang A, Abschnitt A.4) gespeicherte Impedanz wird aus dem eingespeisten Strom I und der zeitgleich gemessenen Potentialdifferenz ΔV abgeschätzt. Unter der Annahme, die Signale seien frei von Störungen, werden sie in N äquidistante Abschnitte zerlegt und fouriertransformiert. Für die Fouriertransformationen wird angenommen, dass

- Real- und Imaginärteil von ΔV und I unkorreliert sind,
- sie einer Normalverteilung folgen und
- Real- und Imaginärteil gleich große Varianzen besitzen.

Radić (2008) führt für die Vorhersage der Potentialdifferenz bei bekanntem Strom ein lineares Minimierungsproblem ein, das in folgender Schätzung der Impedanz resultiert

$$Z = \frac{\sqrt{(\Delta V \cdot \bar{I})^2}}{\sqrt{(\Delta V \cdot \Delta \bar{V})(I \cdot \bar{I})}} \sqrt{\frac{\Delta V \cdot \Delta \bar{V}}{I \cdot \bar{I}}} e^{i\varphi} \quad (4.1)$$

$$= \gamma(\Delta V, I) \sqrt{\frac{\Delta V \cdot \Delta \bar{V}}{I \cdot \bar{I}}} e^{i\varphi}, \quad (4.2)$$

wobei e die Eulersche Zahl, i die imaginäre Einheit und φ der Phasenwinkel zwischen Strom und Spannung ist. Darüber hinaus werden Skalarprodukte durch die Anzahl der zerlegten Abschnitte der Zeitreihe N normiert

$$X \cdot \bar{Y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i \bar{Y}_i. \quad (4.3)$$

Dabei ist \bar{Y} die komplexe Konjugation von Y . Die Ergebnisse $|Z(f)|$ und $\varphi(Z(f))$ werden in einer Ergebnis-Datei gespeichert. Neben der Speicherung von Betrag und Phase der frequenzabhängigen Impedanz, werden entsprechende Vertrauensbereiche angegeben.

Die von Radić (2008) angegebenen Vertrauensbereiche basieren auf Bendat und Piersol (1971)

$$\Delta Z^2 = \frac{2}{N-2} F(n_1, n_1, \alpha) (1 - \gamma(\Delta \mathbf{U}, \mathbf{I})) \frac{\Delta \mathbf{V} \cdot \Delta \bar{\mathbf{V}}}{\mathbf{I} \cdot \bar{\mathbf{I}}}, \quad (4.4)$$

mit der integrierten Fischer-Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $F(n_1, n_2, \alpha)$ zur geforderten Wahrscheinlichkeit $(1 - \alpha)$. Die Koeffizienten n_1 und n_2 basieren auf der Anzahl von folgenden Freiheitsgraden

- w — Anzahl der Parameter von Z (hier Strom I und Spannung ΔV),
- N — Anzahl der Intervalle,
in die die Zeitreihe für die Fouriertransformation zerlegt wird,
- n_1 — $2w$ und
- n_2 — $2N - 2w$.

Für die Ermittlung von $F(n_1, n_1, \alpha)$ wird in der Praxis auf Tabellen zurückgegriffen (u.a. Bendat und Piersol, 1971; Bevington und Robinson, 2003). Der Parameter $\gamma(\Delta \mathbf{U}, \mathbf{I})$ stellt die Kohärenz zwischen Strom und Spannung dar, welche zwischen Null und Eins liegt. Die in dieser Arbeit angegebenen Vertrauensbereiche sind definiert als (Radić, 2008)

$$\Delta Z = \Delta \text{Im}(Z) = \Delta \text{Re}(Z) \quad \text{und} \quad (4.5)$$

$$\Delta \phi = \arcsin \left(\frac{\Delta Z}{\sqrt{\langle Z^2 \rangle}} \right) \quad (4.6)$$

und werden mit einem Konfidenzniveau von 95% angegeben.

Der Aufbau einer Ergebnis-Datei wird im Anhang A in Abschnitt A.4 anhand eines Beispiels erläutert. Für die Durchführung einer Messung wird eine Initialisierungs-Datei benötigt, deren Aufbau ebenso in Anhang A in Abschnitt A.3 beschrieben wird. Die Beschreibung der Durchführung einer Impedanzmessung mit dem Chameleon-System und eine Einführung in die dafür benötigte Software befindet sich ebenfalls in Anhang A.

4.2 Kapazitiv ankoppelnde Elektroden

Für die Messung der 4-Punkt-Impedanz sollten kapazitiv angekoppelte Elektroden folgende Bedingungen erfüllen.

1. Maximaler Elektrodenradius:

Die analytische Lösung der Impedanz, die unter Verwendung einer kapazitiv angekoppelten Elektrodenauslage gemessen wird, basiert auf der Annahme von Punktelektroden (Abschnitt 2.7, Gleichung (2.86)). Damit die analytische Gleichung für die Anpassung der Messungen mit endlich ausgedehnten Elektroden verwendet werden kann, sollte die Größenordnung der Elektroden viel kleiner sein als die Längenskala der gesamten Elektroden-Anordnung. Für quadratische Elektroden mit einer Seitenlänge b_{EI} in einer Elektrodenauslage der Längenskala L wird

$$b_{EI} \ll L \quad (4.7)$$

gefordert (Kuras, 2002). Für die Abschätzung der Ankopplungseigenschaften von Elektroden mit quadratischer Grundfläche durch analytische Gleichungen, wird der Radius r_{EL} einer runden Elektrode mit gleicher Fläche verwendet. Über Gleichsetzung der Flächen von Kreis und Quadrat wird ein äquivalenter Radius r_{EL} der Elektrode mit runder Fläche bestimmt

$$F_{Kreis} = \pi r_{EL}^2 \quad \text{und} \quad F_{Quadrat} = b_{EL}^2 \quad \rightarrow \quad r_{EL} = \frac{b_{EL}}{\sqrt{\pi}}. \quad (4.8)$$

Elektrodengrößen, die in dieser Arbeit verwendet werden, sind in Tabelle 4.1 zusammengefasst.

Tabelle 4.1: Äquivalenter Elektrodenradius r_{EL} , Elektrodenfläche $F_{Kreis} = F_{Quadrat}$ und reale Seitenlänge b_{EL} (m) der verwendeten Elektroden.

r_{EL} (m)	$F_{Kreis} = F_{Quadrat}$ (m ²)	b_{EL} (m)
0,05	0,0079	0,09
0,10	0,0314	0,18
0,15	0,0707	0,27

2. Galvanische Entkopplung: Durch galvanischer Entkopplung wird die Erdung der kapazitiv ankoppelnden Elektroden und damit die des gesamten Messsystems vermieden. In der Gleichstromgeoelektrik wird die Erdung der Messsysteme typischerweise über unisolierte Stabelektroden realisiert. Die galvanische Entkopplung ist aus praktischen Aspekten nach Kuras et al. (2006) ein Grundpfeiler der Kapazitiven Geoelektrik, wenn Messungen im kHz-Bereich angestrebt werden. Für die Einhaltung der Bedingungen der rotationsstromfreien quasistationären Näherung der Maxwellgleichungen (Abschnitt 2.1.2) sind die Elektroden mit $65 \mu\text{m}$ starker selbstklebender Kaptonfolie (tesa® 51408) isoliert. Mit einem Durchgangswiderstand von $10^{14} \Omega\text{m}$ und einer Durchschlagfestigkeit von 7,5 kV (TESA, 2017) wird davon ausgegangen, dass die Elektroden nicht geerdet sind und hauptsächlich kapazitiv in den Untergrund ankoppeln.
3. Maximale Dicke der elektrischen Isolation: In Abhängigkeit der elektrischen Parameter des Untergrundes (ρ und ϵ_r) und dem Elektrodenradius r_{EL} ist die maximale Dicke der elektrischen Isolation s_{iso} laut Hördt et al. (2013) limitiert durch

$$s_{iso} \ll r_{EL} \frac{\pi}{4} \sqrt{\left(\left(\frac{1}{\omega \epsilon_0 \epsilon_r \rho} \right)^2 + (1 + \epsilon_r)^2 \right)^{-1}} = s_{iso,max}. \quad (4.9)$$

Wenn (4.9) erfüllt ist, dann hängt die Übergangsimpedanz Z_C nicht von der Dicke der Isolation ab, wenn die Elektroden im direkten Kontakt zum Untergrund stehen und kann für alle Elektroden einer 4-Punkt-Anordnung als gleich groß angenommen werden.

Abbildung 4.2 zeigt den Betrag der Übergangsimpedanz Z_C einer runden Elektrode mit Radius $r_{El} = 0,10\text{ m}$ bei $f = 10\text{ kHz}$, bei konstanter relativer Permittivität $\epsilon_r = 4$ und vier variierenden spezifischen Widerständen $\rho = 10^{-6}\Omega\text{m}$, $10^{-1}\Omega\text{m}$, $10^4\Omega\text{m}$ und $10^{16}\Omega\text{m}$ in doppelt-logarithmischer Auftragung über s_{iso} .

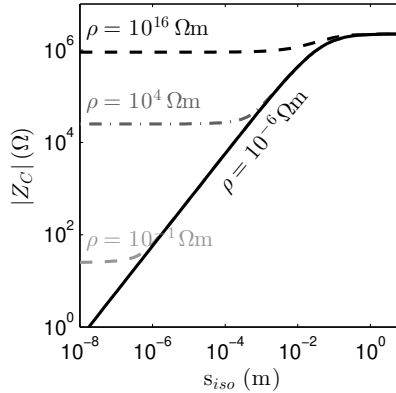


Abbildung 4.2: Betrag der Übergangsimpedanz einer kapazitiv angekoppelten Elektrode mit Radius $r_{El} = 0,10\text{ m}$ bei $f = 10\text{ kHz}$ und $\epsilon_r = 4$ bei variierenden spezifischen Widerständen.

Die Kurve für $\rho = 10^{-6}\Omega\text{m}$ (schwarz) ist bis zu der Dicke der Elektrodenisolation $s_{iso} = 10^{-1}\text{ m}$ in der doppelt-logarithmischen Darstellung linear von s_{iso} abhängig. Mit steigendem spezifischen Widerstand des Untergrundes nimmt Z_C zwar zu, gleichzeitig nimmt jedoch die Abhängigkeit von s_{iso} ab. Die Bereiche, in denen $|Z_C|$ asymptotisch gegen einen niederfrequenten Grenzwert laufen, werden mit wachsendem ρ größer. Ab $\rho = 10\text{ k}\Omega$ ist der Betrag der Übergangsimpedanz zwischen 10^{-8} m und 10^{-4} m konstant. Wenn sich die vier Elektroden einer Auslage innerhalb dieses Bereichs befinden, dann ist die Ankopplung an den Boden theoretisch unabhängig von der Dicke der elektrischen Isolation (und der Elektrodenhöhe).

In Abbildung 4.3 (a) sind frequenzabhängige Kurven von der maximalen Dicke der elektrischen Isolation der Elektroden $s_{iso,max}$ gezeigt. $s_{iso,max}$ ist für Elektrodengrößen berechnet, die in dieser Arbeit verwendet werden ($r_{El} = 0,05\text{ m}$, $0,10\text{ m}$ und $0,15\text{ m}$). Außerdem hängt $s_{iso,max}$ von einfach Debye-parametrisierten elektrischen Parametern (Abbildung 4.3 (b)) von Eis ab. Zwischen 100 Hz und 10 MHz ist s_{iso} frequenzunabhängig und konstant. Je größer der Elektrodenradius r_{El} ist, desto größer ist der konstante Grenzwert. Wenn das Eis relaxiert ($\tau = 2 \cdot 10^5\text{ s}$, $f_D = 8 \cdot 10^3\text{ Hz}$) steigt $s_{iso,max}$ an, bis ab 100 kHz ein hochfrequenter Grenzwert angenommen wird. Die hier verwendete elektrische Isolierung ist eine Größenordnung

kleiner als der niederfrequente Grenzwert der kleinen Elektrode ($r_{El} = 0,05 \text{ m}$) $6,5 \cdot 10^{-5} \ll 4,8 \cdot 10^{-4}$. Die äquivalente Seitenlänge einer quadratischen Elektrode beträgt $0,089 \text{ m}$ und entspricht der kleinsten Elektrodengröße, die in dieser Arbeit verwendet wird.

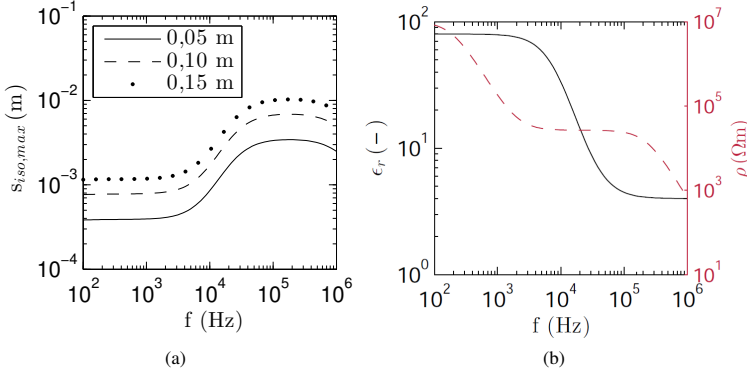


Abbildung 4.3: (a) Maximale Dicke der Isolation in Abhängigkeit des äquivalenten Elektrodenradius r_{El} doppelt-logarithmisch über der Frequenz. (b) Debye-parametrisierte elektrische Parameter ϵ_r und ρ von Eis bei $T = 273 \text{ K}$, welche für die Berechnung von $s_{iso,max}$ verwendet wurden.

4. Maximale Übergangsimpedanz: Die Übergangsimpedanz der Elektroden bestimmt die Stärke der Stromeinspeisung in den Untergrund. Wenn bei großen Übergangsimpedanzen kleine Ströme fließen, dann ist auch die gemessene Potentialdifferenz klein. Je kleiner die gemessenen Signalamplituden sind, desto anfälliger werden die Messungen gegenüber Störungen durch Kopplungen oder Rauschen.

Die Übergangsimpedanzen sind abhängig von der Elektrodenfläche, den elektrischen Parametern des Untergrundes ρ und ϵ_r und der Elektrodenhöhe h über der Oberfläche. Eine kontrollierbare Senkung der Übergangsimpedanz ist nur durch Vergrößerung der Elektrodenfläche möglich. Näherungsweise kann die Übergangsimpedanz einer flachen, runden Elektrode beschrieben werden mit (Hördt et al., 2013)

$$Z_C = \frac{1}{4r_{El}(\rho^{-1} + i\omega(\epsilon_0 + \epsilon_r))} + \frac{h}{i\omega\epsilon_0\pi r_{El}^2}. \quad (4.10)$$

In Abbildung 4.4 (a) ist der der Zehnerlogarithmus vom Betrag der Übergangsimpedanz nach Gleichung (4.10) in variierenden Graustufen und doppelt-logarithmisch über der Frequenz (x-Achse) und der Elektrodenhöhe (y-Achse) dargestellt.

Die verwendeten elektrischen Parameter des Untergrundes befinden sich in Teilabbildung (b). Es handelt sich um die einfach Debye-parametrisierte relative Permittivität (schwarze durchgezogene Kurve) und den spezifischen Widerstand (gestrichelte rote Kurve) von Eis bei $T = 273 \text{ K}$ nach Gleichungen (3.14) und (3.12).

Die Elektrodenhöhe variiert zwischen 10^{-6} m und 10^{-1} m. Als Elektrodenradius wird $r_{EI} = 0,05$ m der kleinen runden Elektrode für die Berechnung verwendet, so dass die Schätzung von maximalen Übergangsimpedanzen gezeigt werden, die voraussichtlich während Feldmessungen auftreten.

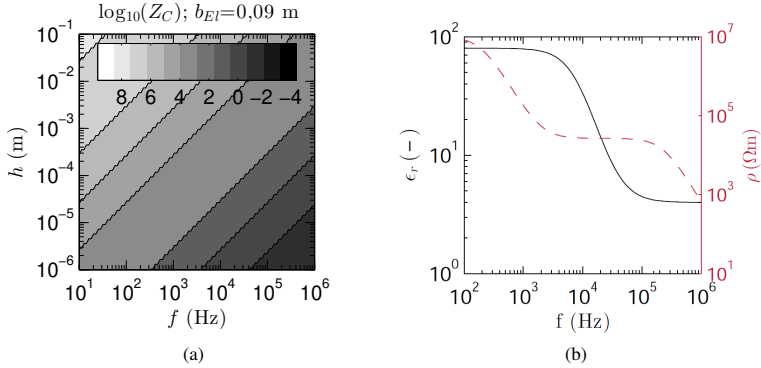


Abbildung 4.4: (a) $\log_{10}(|Z_C|/\Omega)$ in Abhängigkeit der Frequenz (x-Achse), der Elektrodenhöhe (y-Achse) und einfach Debye-parametrisierten elektrischen Parametern. (b) Debye-parametrisierte elektrische Parameter von Eis bei $T = 273$ K, welche für die Berechnung von $\log_{10}(|Z_C|/\Omega)$ verwendet wurden.

Wenn die kleinen kapazitiv angekoppelte Elektroden für Messungen auf Eis verwendet werden, dann wird bei 100 Hz und einer Elektrodenhöhe von 1 cm Übergangsimpedanzen bis zu 100 MΩ erwartet. Störungen aufgrund großer Übergangsimpedanzen werden im niederfrequenten Bereich erwartet. Mit sinkender Elektrodenhöhe und steigender Frequenz fällt die Übergangsimpedanz auf 0,1 Ω. Eine praktische Lösung zur Senkung der Übergangsimpedanz ist die Vergrößerung der Elektrodenfläche. Gleichzeitig darf $b_{EI} \ll L$ nicht verletzt werden. Da die maximale Längenskala während der Messungen mit den Chameleon-System auf 10 m beschränkt ist, wird von der Verwendung größerer Elektroden als $r_{EI} = 0,15$ m, beziehungsweise $b_{EI} = 0,27$ m, abgesehen.

4.3 Messungen an Ersatzschaltkreisen

Beim Durchführen von ersten Feldmessungen ist es wünschenswert Effekte auf die 4-Punkt-Impedanz, die durch zu große Übergangsimpedanzen der Elektroden verursacht werden, frühzeitig zu erkennen. Gemessene Spektren werden von der Chameleon-Software durch ein LabVIEW™-Programm in Echtzeit während einer Messung angezeigt. Wenn die gemessene Impedanz in Abhängigkeit von der Messfrequenz einen unerwarteten Verlauf annimmt, dann sollte die Messung gegebenenfalls in einer systematisch modifizierten Konfiguration wiederholt werden.

Die einzige Option der systematischen Modifikation besteht darin, größere kapazitiv ankoppelnde Elektroden zu verwenden, was unter Umständen dazu führen kann, dass die Längenskala der 4-Punkt-Anordnung angepasst werden muss. Da die Längenskala zum Zeitpunkt der in dieser Arbeit gezeigten Feldmessungen durch das Chameleon-System beschränkt ist, wird in diesem Abschnitt untersucht, ob und wie sich variierende Übergangsimpedanzen der Elektroden auf 4-Punkt-Impedanzmessungen mit dem Chameleon-System bemerkbar machen.

Der Grundgedanke dabei ist, für die Testmessung möglichst extreme Parameter zu wählen, um einen deutlichen Einfluss der Übergangsimpedanzen auf die 4-Punkt-Messung hervorzurufen. Nur dann, wenn die Auswirkung von Störungen auf die gemessene 4-Punkt-Impedanz bekannt ist, können diese während Feldmessungen vermieden oder im nachhinein als solche identifiziert werden. Dafür wird die niedrigste Messfrequenz gegenüber dem üblichen Anwendungsbereich um eine Dekade auf $f = 1 \text{ Hz}$ gesenkt. Außerdem decken die im Testschaltkreis simulierten Übergangsimpedanzen den Bereich der kleinsten in dieser Arbeit verwendeten Elektrode ab, wenn die Elektroden an Eis ankoppeln. Durch die niedrige Frequenz und die kleine Fläche der Elektroden werden die Übergangsimpedanzen besonders groß.

Um die Auswirkung einer großen, variierenden Übergangsimpedanz zu untersuchen, wurden mit dem Chameleon-System Labormessungen an Testschaltkreisen durchgeführt. Dafür wurde eine elektrische Schaltung verwendet (Abbildung 4.5), die einer realen 4-Punkt-Messung nachempfunden ist. Jeder Strom- beziehungsweise Spannungsanschluss der Chameleon-Apparatur wird über einen Kondensator an einen Ohm'schen Widerstand angelegt. Die Kondensatoren simulieren die Übergangsimpedanzen der vier kapazitiv ankoppelnden Elektroden.

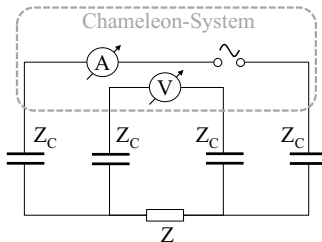


Abbildung 4.5: Ersatzschaltbild vom Laboraufbau zur Untersuchung der Auswirkung großer Übergangsimpedanzen auf eine 4-Punkt-Impedanzmessung. Die Impedanz Z wird unter dem Einfluss der Übergangswiderstände Z_C gemessen, indem parallel zur Impedanz die Spannung und in Reihe der Strom gemessen wird.

Die 4-Punkt-Impedanz Z wird im Aufbau durch variierende Ohm'schen Widerstände repräsentiert. Dadurch sind Unterschiede zwischen dem gemessenen und erwarteten Impedanzspektrum besonders einfach erkennbar, da die hier verwendeten Metallschicht-Widerstände bis in den Kiloherzbereich frequenzunabhängig sind. Bei Anwendung größerer Frequenzen treten bei realen Metallschicht-Widerständen frequenzabhängige Ver-

änderungen ein, die durch die Eigeninduktivität L_R und Eigenkapazität C_R verursacht werden. Die Frequenzabhängigkeit wird anhand einer Ersatzschaltung veranschaulicht (Abbildung 4.6), in der sich L_R in Reihe, und C_R parallel zu R befinden (Bernstein, 2015).

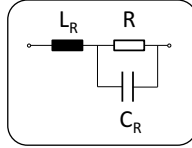


Abbildung 4.6: Ersatzschaltbild der realen Testimpedanz Z_{test} aus Abbildung 4.5, die durch den Widerstand R in der Testschaltung realisiert wird. Die Eigeninduktivität des Widerstandes wird durch L_R , die Eigenkapazität wird durch C_R dargestellt.

Die tatsächliche, reale Testimpedanz Z_{test} ergibt sich aus dem Ersatzschaltbild in Abbildung 4.6, indem die drei Komponenten zusammengefasst werden

$$Z_{test} = \frac{R}{1 + i\omega RC_R} + i\omega L_R. \quad (4.11)$$

Für Metallschicht-Widerstände kann L_R einige Nanohenry (nH) bis einige Millihenry (mH) und C_R einige Pikofarad (pF) betragen (Bernstein, 2015). Für $R = (0, 1/1/10/100) \text{ k}\Omega$, $L_R = 1 \text{ nH}$ und $C_R = 5 \text{ pF}$ ergeben sich nach Gleichung (4.11) die in Abbildung 4.7 gezeigten realen Testimpedanzen, an denen der Einfluss der Übergangsimpedanz untersucht wird. Wenn $R = 100 \text{ k}\Omega$ beträgt (punktierte Kurve), dann sinkt der Betrag in Teilabbildung (a) ab $f = 100 \text{ kHz}$ um etwas weniger als 1%. Die Phase beginnt bereits bei $f = 1 \text{ kHz}$ von $\varphi = 0 \text{ rad}$ abzuweichen und beträgt bei $f = 240 \text{ kHz}$ ungefähr -1 rad . Die frequenzabhängige Übergangsimpedanz wird nach (u.a. Tietze und Schenk, 1985)

$$Z_C = (i\omega C)^{-1} \quad (4.12)$$

für Kondensatoren, die in der Testschaltung mit verschiedenen Kapazitäten $C = 10 \text{ nT}$, 1 nT und 100 pT realisiert werden, berechnet. Die Angabe der realen Übergangsimpedanzen im Sinne der zuvor vorgestellten realen Testimpedanz (4-Punkt-Impedanz) ist nicht nötig.

Abbildung 4.8 zeigt berechnete Übergangsimpedanzen nach Gleichung (4.12) der im Testschaltkreis verwendeten Kondensatoren für Messfrequenzen zwischen 1 Hz und 240 kHz . Die Übergangsimpedanzen fallen mit zunehmender Frequenz in der doppelt-logarithmischen Darstellung linear um sechs Dekaden. Die größte Kapazität verursacht die kleinste Übergangsimpedanz mit Beträgen zwischen $10 \text{ M}\Omega$ im niederfrequenten Bereich und 50Ω im hochfrequenten Bereich (punktierte Linie). Der rot umrahmte Bereich geht aus Abbildung 4.4 (a) hervor, welche die Übergangsimpedanz einer kleinen quadratischen Elektroden mit der Seitenlänge $b_{El} = 0,09 \text{ m}$ und einer variierenden Elektrodenhöhe h zwischen 10^{-6} m und 10^{-1} m über einer Eisoberfläche (Abbildung 4.4 (b)) zeigt.

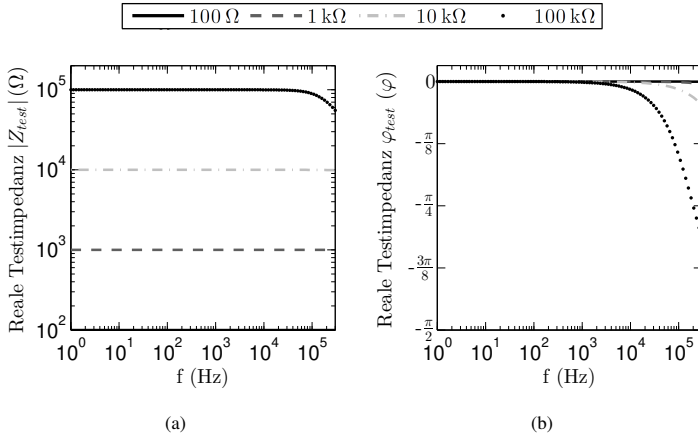


Abbildung 4.7: (a) Betrag der Impedanz Z_{test} , die in dem Testschaltkreis zur Untersuchung verschiedener Übergangsimpedanzen Z_C verwendet wurde für variierende Ohm'sche Widerstände zwischen $100\ \Omega$ und $100\ \text{k}\Omega$ in doppelt-logarithmischer Darstellung über der Frequenz. (b). Entsprechende Phase.

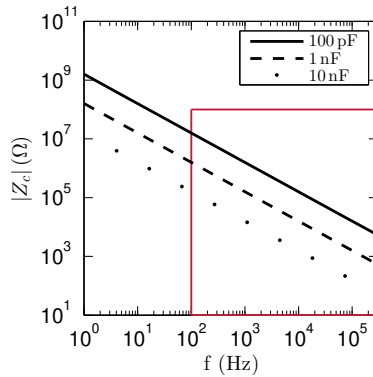


Abbildung 4.8: Berechnete frequenzabhängige Übergangsimpedanz, die mit den vier verschiedenen Kondensatoren realisiert wird. Die rote Box kennzeichnet den Bereich, in dem der Betrag der Übergangsimpedanz $|Z_C|$ einer rechteckigen Elektrode liegt (Kantenlänge $b_{El} = 0,09\ \text{m}$, Elektrodenhöhe h zwischen $10^{-6}\ \text{m}$ und $10^{-1}\ \text{m}$), wenn die Elektrode an Eis ankoppelt wie in Abbildung 4.4 (a) und (b).

Abbildung 4.9 zeigt Messungen der 4-Punkt-Impedanz, die an den Testschaltkreisen gemessen wurde.

In der ersten Zeile befinden sich Ergebnisse von 4-Punkt-Messungen mit der höchsten Übergangsimpedanz, die durch vier Kondensatoren mit einer Kapazität $C = 100\text{ pF}$ realisiert wurden (Abbildung 4.8, schwarze durchgezogene Kurve). Der Betrag der gemessenen 4-Punkt-Impedanz befindet sich in der linken Teilabbildung in doppelt-logarithmischer Darstellung über der Frequenz zwischen 1 Hz und 240 kHz . Rechts ist die entsprechende Phase logarithmisch aufgetragen. Die Symbole zeigen gemessene Spektralwerte bei variierenden Testwiderständen. Die Kurven entsprechen den berechneten realen Testimpedanzen Z_{test} aus Abbildung 4.7.

Alle dargestellten Messungen (Symbole) weichen deutlich von der erwarteten Impedanz (Kurven) ab. Insbesondere fallen die Beträge ab $f = 1\text{ Hz}$ bei sinkender Frequenz und die Phasen nehmen positive Werte an. Diese niederfrequente Störung nimmt mit steigender Kapazität ab und ist bei $C = 1\text{ nF}$ und $C = 10\text{ nF}$ in abgeschwächter Weise nur noch in der Phasenmessung erkennbar. Daher wird sie offensichtlich durch eine zu hohe Übergangsimpedanz verursacht.

Je kleiner die angelegte Übergangsimpedanz ist, desto breiter ist das Frequenzband, in dem die gemessene Impedanz dem erwarteten Wert entspricht. Frequenzintervalle, in denen die gemessene 4-Punkt-Impedanz der wahren Testimpedanz entspricht, hängen von der Größe der Testimpedanz ab.

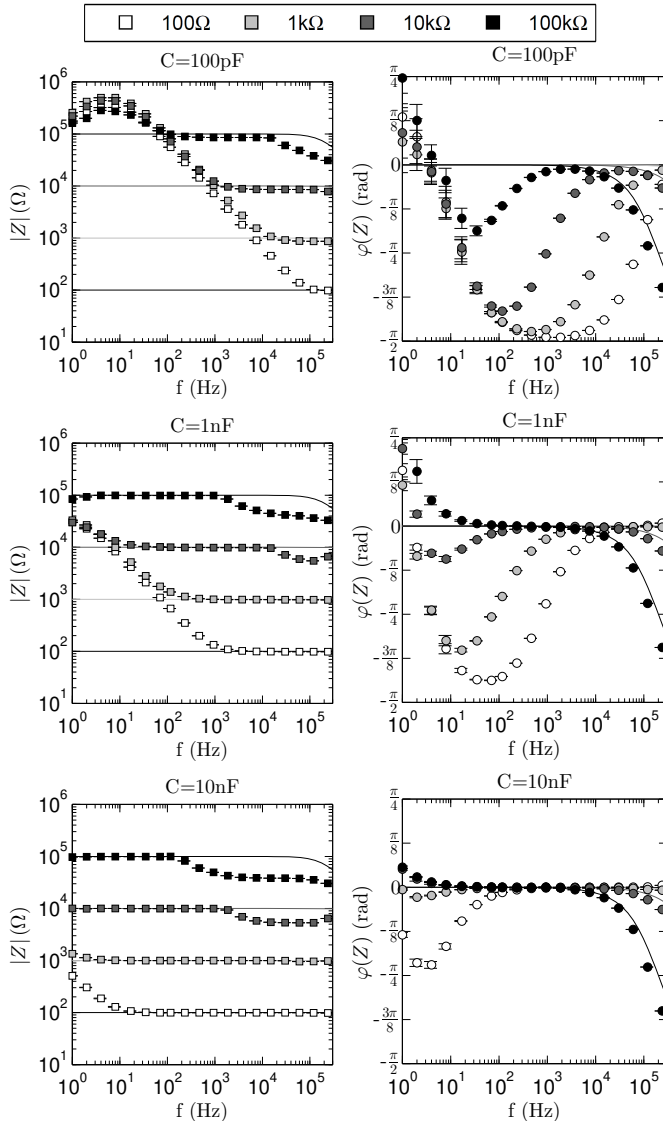


Abbildung 4.9: Messungen an Testschaltkreisen zur Auswirkung einer großen Übergangsimpedanz Z_C auf die gemessene 4-Punkt-Impedanz Z zwischen 1 Hz und 240 kHz. Pro Zeile sind jeweils Betrag und Phase für konstante Kapazitäten zwischen 100 pF und 10 nF gezeigt, über die Z_C in der Testschaltung realisiert wird. Der Ohm'sche Widerstand variiert in allen Teilabbildungen zwischen 100 Ω und 100 k Ω und stellt die zu messende 4-Punkt-Impedanz im Testkreis dar.

5 Labormessungen

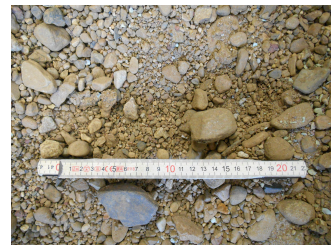
Erste Testmessungen mit dem Chameleon-System wurden in einem bestehenden Laboraufbau (Pennewitz (2008)) durchgeführt. Um eine Feldmessung zu simulieren, wurde ein $1,2\text{ m} \times 1,2\text{ m} \times 0,8\text{ m}$ großer, gefüllter Holzbehälter verwendet (Abbildung 5.1 (a)). Die Füllung besteht aus einem heterogenen Materialgemisch aus Mittelsand ($(0,2 - 0,63)\text{ mm}$), Fein-, Mittel- und Grobkies ($(20,0 - 63,0)\text{ mm}$) (Abbildung 5.1 (c)). Um die Elektrodenhöhe der kapazitiv angekoppelten Elektroden zu kontrollieren ist eine glatte Oberfläche vorteilhaft. Deshalb besteht der oberste Horizont aus einer 10 cm mächtigen, homogenen Lage aus Grobsand ($(0,63 - 2)\text{ mm}$) (Abbildung 5.1 (b)). Der Laboraufbau ist mit einem



(a)



(b)



(c)

Abbildung 5.1: (a) Laboraufbau für die Simulation einer Feldmessung bestehend aus einem Holzbehälter ($(1,2 \times 1,2 \times 0,8)\text{ m}$) mit heterogener Füllung und dünner homogener Deckschicht. (b) Homogene Deckschicht aus Grobsand. (c) Heterogene Füllung aus einer Mischung von Sand und Kies.

Drainage-System ausgestattet, da die Option besteht, das Material bei Bedarf zu wässern. Auf die Zufuhr von Wasser wurde verzichtet, um einen möglichst hohen spezifischen Widerstand, und damit eine Stromankopplung unter schwierigen Bedingungen, herzustellen.

Auf Grund der begrenzten Maße des Holzbehälters, kann nicht davon ausgegangen werden, dass sich Ströme und Potentiale ausbreiten wie in einem homogenen Halbraum. Dennoch wird das Inversionsprogramm, das auf einem homogenen Halbraum beruht, anhand von Impedanzen getestet, die in dem Laboraufbau gemessen wurden. Dabei stehen grundsätzliche, methodische Aspekte im Vordergrund.

Es wird unter kontrollierten Bedingungen untersucht, ob der theoretisch erwartete Einfluss des Höhenfaktors auf die Impedanz mit dem Chameleon-System messbar ist. Darüber hinaus soll anhand einer realistischen Messung versucht werden, mit dem Inversionsprogramm einen Satz an elektrischen Parameter des Untergrundes zu bestimmen, wenn gleichzeitig die Elektrodenhöhe nicht vernachlässigt werden kann. Dass die elektrischen Parameter nicht den wahren Größen des Laboraufbaus entsprechen, weil ein homogener Halbraum während der Auswertung angepasst wird, der den räumlich begrenzten Laboraufbau schlecht wiedergibt, spielt dabei eine untergeordnete Rolle.

5.1 Experimentelle Untersuchung der Impedanz bei variierendem Höhenfaktor

Der Einfluss des Höhenfaktors auf die Impedanz wird aus zwei Gründen im Labor untersucht. Unter kontrollierbaren Bedingungen soll erstens hinterfragt werden, ob Messungen mit dem Chameleon-System ebenso empfindlich auf einen variierenden Höhenfaktor reagieren wie theoretisch erwartet (Abschnitt 3.1.1, Abbildung 3.1). Außerdem werden die Labormessungen verwendet, um den Inversionsalgorithmus und die anschließende Analyse der Inversionsparameter erstmalig unter der Verwendung von gemessenen Daten zu testen.

Für die Elektroden-Anordnung wurden flache Aluminiumelektroden mit quadratischer Oberfläche ($(8,86 \times 8,86 \times 2)$ cm) verwendet, die zur galvanischen Entkoppelung mit selbstklebender Kaptonfolie überzogen sind. Die Dicke der Folie beträgt $65 \mu\text{m}$. Die Elektroden befinden sich während aller Messungen in einer Wenner-Konfiguration mit konstanter Elektrodenseparation $a = 0,5$ m und $K = 3,14$ m. Elektrodenanordnungen dieser Größe können nur diagonal in dem Holzbehälter platziert werden. Seine Diagonale beträgt $1,7$ m. Es wurden insgesamt fünf Impedanzspektren mit variierender Elektrodenhöhe gemessen. Die Elektrodenhöhe beträgt dabei $h \approx 0$ cm, $\approx 1,2$ cm, $\approx 2,5$ cm und $5 \approx 0$ cm. Die Messung für $h \approx 0$ m Elektroden wurde einmal wiederholt.

Der Grund, weshalb die Elektrodenhöhe nur abgeschätzt werden kann, wird anhand Abbildung 5.2 verdeutlicht. Die Elektroden werden mit Hilfe kleiner Styroporelemente so lange ausgerichtet, bis alle Ecken den gleichen Abstand zur Oberfläche haben. Die Messung von h erfolgt mit einem Metermaß (Abbildung 5.2 (b)).



Abbildung 5.2: (a) Detailansicht vom Laboraufbau zur Untersuchung der Auswirkung vom Höhenfaktor auf die Impedanz. Potentialelektrode und Probe sind mithilfe von Styroporelementen angehoben. (b) Messung der Elektrodenhöhe h an einer Ecke der Elektrode.

Im Vergleich zur theoretisch benötigten Genauigkeit der Elektrodenhöhe (Abschnitt 3.1.1, Abbildung 3.1) ist die Messung unpräzise. Die Parameterstudie in Abschnitt 3.1.1 hat ergeben, dass bei $a = 1 \text{ m}$, $\rho = 1 \text{ k}\Omega\text{m} = \text{konst.}$ und $\epsilon_r = 80 = \text{konst.}$ bis zur Frequenz von 10 kHz ein deutlicher Unterschied zwischen Spektren entsteht, die mit Elektrodenhöhen zwischen 0 m und 10^{-3} m berechnet wurden. Die Bestimmung von h bis auf einen Millimeter oder kleiner ist in diesem Aufbau nicht möglich, da die Oberfläche zu rau und zu nachgiebig ist (Abbildung 5.2 (b)).

Die Ergebnisse der Messungen bei variierender Elektrodenhöhe werden in Abbildung 5.3 gezeigt. Der Betrag der Impedanz ist in Teilabbildung (a) doppelt-logarithmisch über der Messfrequenz zwischen 469 Hz und 240 kHz aufgetragen. Die Beträge bei $h \approx 0$ fallen bei steigender Frequenz im gezeigten Frequenzband von 700Ω auf 560Ω ab. Die beiden Spektren sind in der Abbildung nicht voneinander unterscheidbar, da die über alle Spektralwerte gemittelte prozentuale Abweichung nur 5% beträgt.

Entsprechende Phasenspektren sind in Teilabbildung (b) logarithmisch über der Messfrequenz aufgetragen. Die beiden Phasenspektren bei $h \approx 0 \text{ m}$ liegen im gesamten Frequenzband knapp unter 0 rad . Die zwei Spektren sind in der Abbildung ebenfalls nicht voneinander unterscheidbar, da die über alle Spektralwerte gemittelte Abweichung nur $0,07 \text{ rad}$ (4°) beträgt. Theoretisch wird bei zunehmender Elektrodenhöhe erwartet, dass der niederfrequente Grenzwert gegen $-\pi/2 \text{ rad}$ statt 0 rad konvergiert. Auch dieses Verhalten kann bei den hier gezeigten experimentell bestimmten Phasenspektren beobachtet werden.

Qualitativ erfüllen die experimentell bestimmten Impedanzspektren die typischen Merkmale, die theoretisch bei steigender Elektrodenhöhe vorhergesagt werden. Die frequenzabhängige Dynamik ist mit im Vorfeld berechneten Impedanzspektren (beispielsweise Abschnitt 3.1.1, Abbildung 3.1) vergleichbar. Ob die Elektrodenhöhe auch quantitativ bestimmbar ist und dabei die elektrischen Parameter auflösbar sind, wird in den folgenden Abschnitten untersucht. Davor wird die Methode zur Anpassung der gemessenen Impedanzspektren vorgestellt.

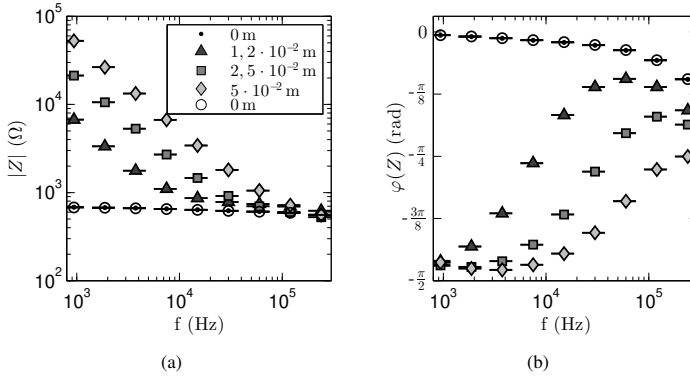


Abbildung 5.3: (a) Betrag der Impedanzspektren bei variierender Elektrodenhöhe doppelt-logarithmisch aufgetragen über der Messfrequenz. (b) Entsprechende Phasenspektren in logarithmischer Auftragung über der Messfrequenz.

5.2 Datenanpassung

Die im vorangegangenen Abschnitt gemessenen n Spektralwerte der Impedanz

$$\mathbf{Z}_{obs}(f) = (Z_1(f_1), \dots, Z_n(f_n)) \quad (5.1)$$

sollen nun durch eine geeignete Methode angepasst werden. Als Vorwärtsrechnung wird der Versuch bezeichnet, diese Messungen durch ein Modell zu simulieren. Die Umkehr dieses Prozesses wird als Inversion bezeichnet. Mit der Inversion wird versucht die gemessene Impedanz mit Hilfe eines Untergrundmodells \mathbf{Z}_{inv} (Abschnitt 2.7, Gleichung (2.86))

$$\mathbf{Z}_{inv}(f, \mathbf{p}) = (Z_{inv,1}(f_1, \mathbf{p}), \dots, Z_{inv,n}(f_n, \mathbf{p})) \quad (5.2)$$

nachzubilden, indem die Modellparameter

$$\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_m) \quad (5.3)$$

des parametrisierten Modells angepasst werden. Zu diesem Zweck wird eine Kostenfunktion definiert, die mit der Methode der kleinsten Quadrate minimiert werden soll (u.a. Everett, 2013)

$$\min F(\mathbf{p}) = \sum_{i=1}^n R_i(\mathbf{p})^2, \quad (5.4)$$

wobei R_i Residuen der einzelnen Spektralwerte sind. Hier werden die Residuen als Vektor definiert, der sich aus dem frequenzabhängigen Real- und Imaginärteil der Impedanz

zusammensetzt

$$\mathbf{R}(\mathbf{p}) = \begin{pmatrix} \operatorname{Re}(Z_{inv}(f_1, \mathbf{p})) - \operatorname{Re}(Z_{obs}(f_1)) & \operatorname{Im}(Z_{inv}(f_1, \mathbf{p})) - \operatorname{Im}(Z_{obs}(f_1)) \\ \vdots & \vdots \\ \operatorname{Re}(Z_{inv}(f_n, \mathbf{p})) - \operatorname{Re}(Z_{obs}(f_n)) & \operatorname{Im}(Z_{inv}(f_n, \mathbf{p})) - \operatorname{Im}(Z_{obs}(f_n)) \end{pmatrix}. \quad (5.5)$$

Ziel der Inversion ist das Auffinden des Minimums von $F(\mathbf{p})$. Dafür wird das Untergrundmodell Z_{inv} um einen gewählten Vektor aus Startwerten \mathbf{p}_0 linearisiert (u.a. Menke, 1984)

$$Z_{inv}(\mathbf{f}, \mathbf{p}) \approx Z_{inv}(\mathbf{f}, \mathbf{p}_0) + \mathbf{J}(\mathbf{f})(\mathbf{p} - \mathbf{p}_0). \quad (5.6)$$

Die Einträge der Jacobimatrix \mathbf{J} sind definiert als partielle Ableitungen aller n Spektralwerte nach den m Modellparametern (u.a. Menke, 1984)

$$J_{ij} = \left. \frac{\partial Z_{inv,i}}{\partial p_j} \right|_{\mathbf{p}=\mathbf{p}_0} \quad \text{mit } i = 1, \dots, 2n \quad \text{und } j = 1, \dots, m. \quad (5.7)$$

Genauer werden die ersten n Zeilen der $2n \times m$ großen Matrix mit partiellen Ableitungen des Realteils besetzt. Die folgenden n Zeilen sind für die partiellen Ableitungen der Imaginärteile reserviert

$$J_{2n \times m} = \begin{matrix} & \partial p_1 & \partial p_2 & \dots & \partial p_m \\ \begin{matrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \\ f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{matrix} & \begin{pmatrix} & & & \\ & \partial \operatorname{Re}(Z_{inv}(f_1, \mathbf{p})) & \dots & \\ & \vdots & \ddots & \\ & & & \\ & \partial \operatorname{Im}(Z_{inv}(f_1, \mathbf{p})) & \dots & \\ & \vdots & & \\ & & & \end{pmatrix} \end{matrix}. \quad (5.8)$$

Das Minimierungsproblem wird mit bereits vorgestellten Linearisierung (5.6) in ein lineares Gleichungssystem transformiert. Die Lösung \mathbf{p}_1 des neuen Untergrundmodells liegt näher an der gemessenen Impedanz als die geratene Startwert-Impedanz, die mit \mathbf{p}_0 berechnet wurde. Dieses iterative Verfahren bricht entweder durch ein vorgegebenes Konvergenzkriterium oder durch das Erreichen der vorgegebenen maximalen Anzahl an Iterationen ab. Wenn Impedanzspektren und die zugrunde liegenden Modellparameter über Größenordnungen variieren, dann ist es üblich die Gleichung und ihre Parameter zu logarithmieren (u.a. Menke, 1984)

$$z_{inv} = \log_{10}(Z_{inv}(\log_{10}(\mathbf{f}), \log_{10}(\mathbf{p}))) \quad (\text{Modell}), \quad (5.9)$$

$$z_{obs} = \log_{10}(Z_{obs}(\log_{10}(\mathbf{f}))) \quad (\text{Messung}), \quad (5.10)$$

um die Anzahl der Iterationen während der Datenanpassung zu reduzieren.

Die Anzahl m der Modellparameter ist abhängig von der wählbaren Parametrisierung der komplexen effektiven relativen Permittivität. Unabhängig von der Art der Parametrisierung (einfach Debye (D1), zweifach Debye (D2), einfach Cole-Cole (CC1) oder zweifach

Tabelle 5.1: Zusammenfassung der Modellparameter-Vektoren \mathbf{p} und Übersicht über die parametrisierungsabhängige Anzahl ihrer Einträge. Die Anordnung der einzelnen Parameter entspricht der Reihenfolge, in der die Übergabe der Startwertvektoren \mathbf{p}_0 und die Ausgabe von invertierten Parametervektoren \mathbf{p}_{inv} im Inversionsprogramm erfolgt.

Modell	1	2	3	4	5	6	7	8	9
D1	$\mathbf{p} = (\varepsilon_{DC}$	ε_{HF}	τ	ρ_{DC}	$h)$				
D2	$\mathbf{p} = (\varepsilon_{DC}$	ε_{IM}	ε_{HF}	τ_1	τ_2	ρ_{DC}	$h)$		
CC1	$\mathbf{p} = (\varepsilon_{DC}$	ε_{HF}	τ	c	ρ_{DC}	$h)$			
CC2	$\mathbf{p} = (\varepsilon_{DC}$	ε_{IM}	ε_{HF}	τ_1	τ_2	c_1	c_2	ρ_{DC}	$h)$

Cole-Cole (CC2)) entspricht ein Modellparameter immer der scheinbaren Elektrodenhöhe h (Tabelle 5.1).

Anstelle des Höhenfaktors $H(h_1 \neq h_2 \neq h_3 \neq h_4)$, der die Information über alle Elektroden enthält, wird eine scheinbare Elektrodenhöhe h angepasst, die nicht den vier wahren Höhen der Elektroden entspricht, aber den unbekannten Höhenfaktor reproduziert. Die Umsetzung der Datenanpassung erfolgt in MATLAB® (Versionen 2011b bis 2016a). Der Ablauf des Algorithmus ist in einem Flussdiagramm in Abbildung 5.4 skizziert. Vor der ersten Iteration werden die Vektoren \mathbf{z}_{obs} , \mathbf{c} , $\log_{10}(\mathbf{f})$ und $\log_{10}(\mathbf{p}_0)$ an die Hauptfunktion *func_inv.m* übergeben. \mathbf{z}_{obs} entspricht der komplexen gemessenen und logarithmierten Impedanz. Der Vektor \mathbf{c} enthält benötigte Konstanten. Für die Datenanpassung von Messungen in Wenner- oder äquatorialer Dipol-Dipol-Anordnung ist der Vektor definiert als $\mathbf{c} = (\varepsilon_0, a)$, beziehungsweise als $\mathbf{c} = (\varepsilon_0, r, l)$ (Abschnitt 2.6.1, Tabelle 2.2). Im Stützstellenvektor $\log_{10}(\mathbf{f})$ werden Messfrequenzen an das Programm übergeben. Die Startwerte befinden sich im Vektor $\log_{10}(\mathbf{p}_0)$.

Abhängig von der gewählten Parametrisierung müssen die Einträge von $\log_{10}(\mathbf{p}_0)$ der Anordnung in Tabelle 5.1 entsprechen. Außerdem werden die beiden Abbruchkriterien übergeben. Genauer sind es die maximale Anzahl von Iterationen iter_{\max} und das Konvergenzkriterium Δz_{\min} . Bei Erfüllung eines der beiden Kriterien wird der Algorithmus beendet. In der Hauptfunktion *func_inv.m* wird der *lsqnonlin*-Löser im Marquardt-Levenberg Modus aus der MATLAB® Bibliothek verwendet. Das zu lösende Gleichungssystem lautet (MathWorks, Inc., 2011; Levenberg, 1944)

$$(\mathbf{J}^T \mathbf{J} + \lambda_d \mathbf{I}) \Delta \mathbf{p} = \mathbf{J}^T \mathbf{R} \quad (5.11)$$

mit

\mathbf{J}^T – transponierte Jacobimatrix

\mathbf{J} – Jacobimatrix

λ_d – Dämpfungsparemeter

\mathbf{I} – Einheitsmatrix

$\Delta \mathbf{p} = \log_{10}(\mathbf{p}) - \log_{10}(\mathbf{p}_0)$ – Parameteränderungsvektor

\mathbf{R} – Vektor der Residuen.

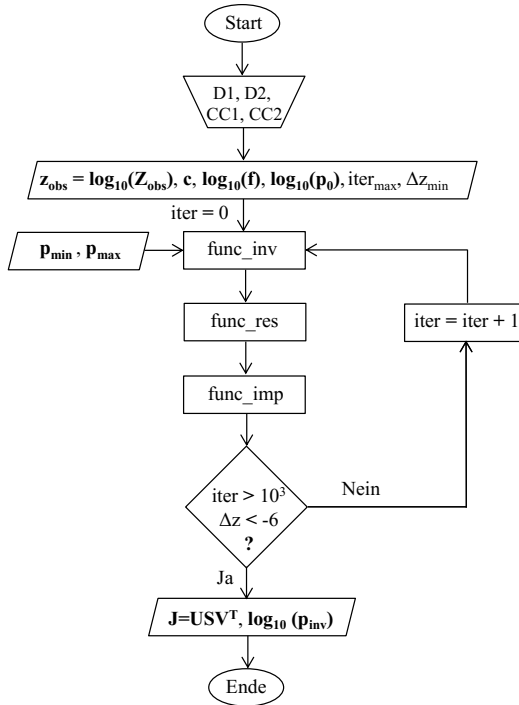


Abbildung 5.4: Flussdiagramm der Datenanpassung. Die Anpassung der gemessenen Impedanzspektren erfolgt in einem Inversionsprogramm, welches in MATLAB® implementiert ist.

Optional können hier Randbedingungen für die untere (p_{min}) und obere Grenze (p_{max}) der Lösung von p gewählt werden.

Der *lsqnonlin*-Löser benötigt die Definition eines Residuums, um die Kostenfunktion (Gleichung (5.4)) zu lösen. Das Residuum wird gemäß der Definition in (5.5) mit logarithmierten Impedanzen nach (5.10) und (5.10) in der Funktion *func_res.m* berechnet. Dafür wird eine weitere Unterfunktion *func_imp.m* aufgerufen, um $z_{inv}(f, p_0)$ zu bestimmen. Wenn beide Konvergenzkriterien nicht erreicht sind, folgt die nächste Iteration mit einem aktualisierten Parametervektor p_1 . Für weitergehende Informationen wird hier auf Literatur der Inversionstheorie verwiesen (z.B. Menke, 1984; Lines und Treitel, 1984). Sobald die Anzahl der Iterationen größer als $iter_{max} = 1000$ wird, oder die Differenz zwischen dem vorherigen und dem aktuellen Inversionsergebnis kleiner wird als $\Delta z_{min} = -6$, ist das Abbruchkriterium erfüllt. Der aktuelle Modellvektor p_{inv} wird als Inversionsergebnis gespeichert.

Als Maß für die Übereinstimmung von gemessenen und angepassten Impedanzspektren, wird die Wurzel der mittleren Fehlerquadratsumme, der rms-Wert (*engl.: root mean square*) (u.a. Menke, 1984) über alle Spektralwerte für den Betrag

$$\text{rms}_{|Z|} = 100 \cdot \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{|Z_{\text{inv},i}| - |Z_{\text{obs},i}|}{|Z_{\text{obs},i}|} \right)^2} \quad (\%) \quad (5.12)$$

in Prozent und für die Phase

$$\text{rms}_{\varphi(Z)} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\varphi(Z_{\text{inv},i}) - \varphi(Z_{\text{obs},i}))^2} \quad (\text{rad}) \quad (5.13)$$

in Radiant angegeben. Darüber hinaus erfolgt die Speicherung der Jacobimatrix \mathbf{J} für eine anschließende Nachanalyse. Dabei wird der relative Einfluss der Inversionsparameter, mit besonderem Hinblick auf die scheinbare Elektrodenhöhe h , untersucht (Abschnitt 5.2.3 und 5.2.4).

5.2.1 Jacobimatrix und Spektralwertzerlegung

Die Jacobimatrix \mathbf{J} gibt an, wie empfindlich die Spektralwerte der berechneten Impedanz gegenüber Variationen der Modellparameter sind. Dadurch können beispielsweise Frequenzbereiche identifiziert werden, in denen ein Modellparameter dominiert oder keinen Einfluss auf das Ergebnis hat. Die Kapazitive Geoelektrik wird in der vorliegenden Arbeit in einem breiten Frequenzband angewendet. Theoretisch wurden in Abschnitt 3.1.3 Bereiche charakterisiert, in denen entweder ρ oder ϵ_r die Impedanz dominieren. Daher ist \mathbf{J} ein wichtiges Analysewerkzeug, um die Anpassungen realer Messungen zu untersuchen. Insbesondere wird der bislang ausschließlich theoretisch bekannte Einfluss der Elektrodenhöhe h mithilfe der Nachanalyse untersucht, um zu klären, ob trotz h die Auflösbarkeit der elektrischen Parameter gegeben ist. Dafür wird neben \mathbf{J} die Spektralwertzerlegung von \mathbf{J} der Form (Lanczos, 1961)

$$\mathbf{J} = \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V}^T \quad (5.14)$$

untersucht.

Dabei ist \mathbf{U} eine $2n \times 2n$ Matrix. Ihre Spalten sind mit orthonormalen Eigenvektoren des Datenraumes besetzt, die ungleich Null sind.

\mathbf{S} ist eine $2n \times m$ Matrix. Sie ist diagonal mit nichtnegativen Wurzeln der Eigenwerte von $\mathbf{J}^T \mathbf{J}$ besetzt ist. Mit $\text{rang}(\mathbf{J}) = u$ sind u Einträge von \mathbf{S} ungleich Null. Die u Elemente von \mathbf{S} werden in absteigender Anordnung auf der Diagonalen besetzt $s_1 \geq s_2 \geq \dots \geq s_u$. Anhand der Einträge können Aussagen über die Auflösbarkeit der Modellparameter getroffen werden. Der größte Eigenwert steht für die beste Auflösung.

\mathbf{V} ist eine $m \times m$ Matrix. Die Spalten von \mathbf{V} sind mit u orthonormalen Eigenvektoren vom Parameterraum besetzt. \mathbf{V} gibt an, ob Modellparameter nur in Kombination mit weiteren Parametern aufgelöst werden können. Außerdem wird der Einfluss relativ zu anderen Modellparametern oder Kombinationen angezeigt.

Im Folgenden werden die obere Hälfte und die untere Hälfte der Jacobimatrix separat dargestellt. Der obere Teil wird mit dem Index *re* gekennzeichnet, da er partielle Ableitungen des Realteils der angepassten Impedanz enthält. Der untere Teil wird entsprechend mit dem Index *im* markiert

$$\mathbf{J}_{re} = \frac{1}{\max(|\mathbf{J}|)} \cdot \frac{\partial \text{Re}(z_{inv}(\mathbf{f}, \mathbf{p}))}{\partial \mathbf{p}}, \quad (5.15)$$

$$\mathbf{J}_{im} = \frac{1}{\max(|\mathbf{J}|)} \cdot \frac{\partial \text{Im}(z_{inv}(\mathbf{f}, \mathbf{p}))}{\partial \mathbf{p}}. \quad (5.16)$$

Außerdem wird für \mathbf{J}_{re} und \mathbf{J}_{im} eine Normierung um den Betrag des größten Eintrags der gesamten Jacobimatrix \mathbf{J} durchgeführt. Dementsprechend werden auch die Matrizen der Spektralwertzerlegung in zwei Teile separiert, die Informationen über den angepassten Real- und den angepassten Imaginärteil der Impedanz liefern

$$\mathbf{J}_{re} = \mathbf{U}_{re} \mathbf{S}_{re} \mathbf{V}_{re}^T, \quad (5.17)$$

$$\mathbf{J}_{im} = \mathbf{U}_{im} \mathbf{S}_{im} \mathbf{V}_{im}^T. \quad (5.18)$$

5.2.2 Inversionsergebnisse

Für die Inversion der Labormessungen, mit dem im vorangegangenen Abschnitt beschriebenen Algorithmus, wurde ein einfaches Debye-Modell (D1) als Parametrisierung willkürlich gewählt. Die Art der Parametrisierung spielt hier eine untergeordnete Rolle, da der Fokus nicht auf der Bestimmung der absoluten elektrischen Parameter, sondern auf der Bestimmbarkeit der elektrischen Parameter liegt. Ein wichtiger Faktor ist dabei die Bestimmbarkeit und Analyse der scheinbaren Elektrodenhöhe, die bei der Ermittlung der elektrischen Parameter als Störfaktor betrachtet wird.

Die Anzahl der Iterationen aller invertierten Spektren liegt zwischen 6 und 26 (Tabelle 5.2). Für die Darstellung der invertierten Impedanz wird das Ergebnis interpoliert, indem der Modellparametervektor \mathbf{p}_{inv} mit einem feiner eingeteilten Stützstellenvektor, der Frequenzen enthält, in die Funktion zur Berechnung des Vorwärtsmodells (*func_imp.m*) übergeben wird.

Die Inversionsergebnisse werden als interpolierte Spektren gemeinsam mit den gemessenen Impedanzen in Abbildung 5.5 gezeigt. Durchgezogene Kurven entsprechen den invertierten Spektren. Die Symbole zeigen gemessene Spektralwerte aus Abbildung 5.3 aus Abschnitt 5.1.

Teilabbildung 5.5 (a) zeigt Beträge der Impedanz. Der Betrag der gemessenen Impedanzspektren wird für alle Elektrodenhöhen hinreichend gut wiedergegeben. Der $\text{rms}_{|Z|}$ liegt für alle Anpassungen unter 1% (Tabelle 5.2).

Teilabbildung (b) zeigt entsprechende gemessene und invertierte Phasenspektren. Messungen mit ausgelenkten Elektroden werden mit einer Ungenauigkeit von maximal $\text{rms}_{\phi} = 0,044 \text{ rad}$ ($2,5^\circ$) angepasst (Tabelle 5.2). Bei aufliegenden Elektroden gelingt die Anpassung der Phasenspektren nicht. Invertierte Spektren betragen exakt 0 rad. Die Abweichung zwischen Anpassung und Messdaten ist gegenüber den übrigen Spektren um eine Größenordnung erhöht und liegt bei $\text{rms}_{\phi} = 0,1 \text{ rad}$ (6°). In Tabelle 5.2 sind alle Inversionsparameter zusammengefasst. Es fällt auf, dass für alle Anpassungen kein Unterschied zwischen ϵ_{DC} und ϵ_{HF} besteht. Im Mittel beträgt die frequenzunabhängige relative Permittivität 18 ± 5 . Offensichtlich findet im verwendeten Frequenzband keine Dispersion statt.

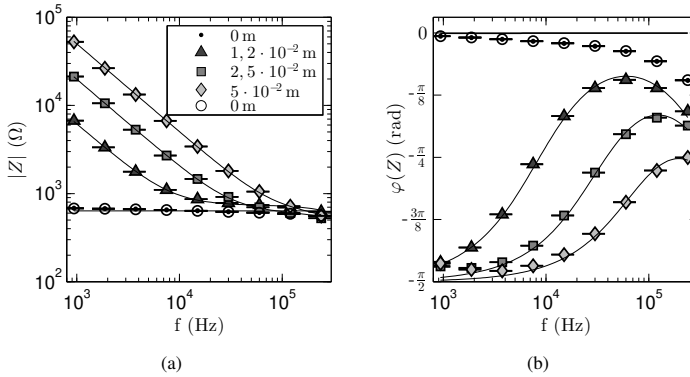


Abbildung 5.5: (a) Betrag der Impedanzspektren bei variierender Elektrodenhöhe doppelt-logarithmisch aufgetragen über der Messfrequenz zwischen 469 Hz und 240 kHz. Symbole stehen für gemessene Spektren. Durchgezogene Kurven zeigen invertierte Spektren. (b) Entsprechende Phasenspektren in logarithmischer Auftragung über der Messfrequenz.

Unabhängig von h sind alle angepassten Relaxationszeiten τ und auch die Frequenzexponenten c identisch. Der angepasste spezifische Widerstand schwankt in Abhängigkeit der Höhe im Vergleich zur Permittivität weniger stark und beträgt im Mittel $(1,9 \pm 0,3) \text{ k}\Omega\text{m}$.

Um ein Maß zu finden, welches angibt wie gut die invertierte scheinbare Elektrodenhöhe mit den realen Elektrodenhöhen übereinstimmt, wird die mit dem Metermaß gemessene Elektrodenhöhe als wahre Elektrodenhöhe betrachtet. Die invertierte Elektrodenhöhe ist in Abbildung 5.6 gegen die wahre Elektrodenhöhe aufgetragen. Bis auf die größte Elektrodenhöhe weichen alle h_{inv} weniger als $\pm 5\%$ vom erwarteten Wert ab. Die größte Elektrodenhöhe wird um 25 % unterschätzt. Wenn bei der Beurteilung der Anpassung berücksichtigt wird, dass h während der Inversion als Parameter behandelt wird, der über mehrere Größenordnungen schwanken kann, ist auch das Ergebnis positiv zu bewerten, da die Größenordnung der erwarteten entspricht. Der Unterschied zwischen den Inversionsparametern p_{inv} und den vorgegebenen Startparametern p_0 liefert eine erste Abschätzung dafür, ob die verwendete Parametrisierung sinnvoll gewählt ist. Hier liefert beispielsweise die D1-Parametrisierung identische Nieder- und Hochfrequenzwerte für die Permittivität (Tabelle 5.2). Außerdem verändern sich der Modellparameter τ nicht (Tabelle 5.3). Er verbleibt während der Inversion beim Startwert und wird daher als unwichtig eingestuft.

Normalerweise würde in diesem Fall eine Parametrisierung mit weniger Modellparametern verwendet werden, da offensichtlich keine Dispersion der Permittivität stattfindet und die Beschreibung einer Frequenzabhängigkeit nicht benötigt wird.

Im Vergleich zu $\Delta\tau$ enden $\Delta\rho_{DC}$ und Δh bei größeren Werten. ρ_{DC} und h werden also während der Inversion stärker verändert und spielen eine wichtigere Rolle bei der Anpassung an gemessene Spektren. Der Einfluss von h und ρ_{DC} auf die angepasste Impedanz wird im folgenden Abschnitt weitergehend analysiert.

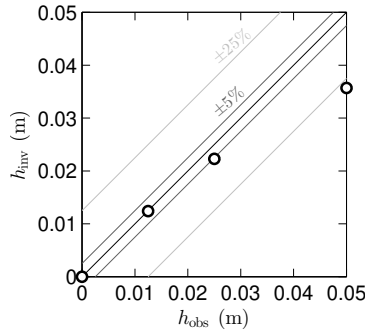


Abbildung 5.6: Invertierte scheinbare Elektrodenhöhe (hier h_{inv}) über der tatsächlichen geschätzten Elektrodenhöhe (hier h_{obs}).

5.2.3 Analyse der Jacobimatrix

Die Analyse der Jacobimatrix soll Aufschluss darüber geben, wie groß der relative Einfluss der einzelnen Inversionsparameter auf die angepasste Impedanz ist. Von besonderem Interesse ist dabei die Empfindlichkeit der Impedanz gegenüber den Parametern, die die effektive Permittivität beschreiben, während die scheinbare Elektrodenhöhe nicht vernachlässigt werden kann. Darüber hinaus besteht die Möglichkeit, die frequenzabhängige Empfindlichkeit der Impedanz gegenüber den Modellparametern zu untersuchen, so dass Frequenzbereiche identifiziert werden können, in denen die Empfindlichkeit gegenüber einem speziellen Parameter besonders klein oder groß ist.

Abbildung 5.7 zeigt die in diesem Beispiel wesentlichen Einträge der Jacobimatrix. Es handelt sich um die partiellen Ableitungen der Impedanzspektren nach ρ_{DC} und h , am Beispiel von zwei verschiedenen Elektrodenhöhen $h \approx 0\text{ cm}$ und $h \approx 1,2\text{ cm}$. \mathbf{J}_{re} und \mathbf{J}_{im} (Teilabbildungen (a) und (b)) zeigen, dass sich der Realteil der Impedanz in der Nähe des invertierten Ergebnis stärker ändert als der Imaginärteil, da die normierten partiellen Ableitungen größer sind.

Tabelle 5.2: Inversionsparameter der Anpassung von Labormessungen in der Sandkiste mit einfach Debye-parametrisierter effektiver relativer Permittivität. Einträge in den Zeilen (Nr.1 bis Nr. 5) entsprechen invertierten Parametern bei variierender Elektrodenhöhe (Nr.1: $h \approx 0\text{ m}$, Nr.2: $h \approx 1,2\text{ cm}$, Nr.3: $h \approx 2,5\text{ cm}$, Nr.4: $h \approx 5\text{ cm}$, Nr.5: $h \approx 0\text{ m}$).

Nr. (-)	ϵ_{DC} (-)	ϵ_{HF} (-)	τ (s)	ρ_{DC} (Ωm)	h (m)	$\text{rms}_{ z }$ (%)	rms_{ϕ} (rad)	iter (-)
1	$1,3 \cdot 10^1$	$1,3 \cdot 10^1$	$1,0 \cdot 10^{-3}$	$2,0 \cdot 10^3$	$1,00 \cdot 10^{-6}$	0,92	0,109	26
2	$1,7 \cdot 10^1$	$1,7 \cdot 10^1$	$1,0 \cdot 10^{-3}$	$2,3 \cdot 10^3$	$1,24 \cdot 10^{-2}$	0,43	0,020	6
3	$2,1 \cdot 10^1$	$2,1 \cdot 10^1$	$1,0 \cdot 10^{-3}$	$1,8 \cdot 10^3$	$2,23 \cdot 10^{-2}$	0,42	0,030	6
4	$2,3 \cdot 10^1$	$2,3 \cdot 10^1$	$1,0 \cdot 10^{-3}$	$1,6 \cdot 10^3$	$3,57 \cdot 10^{-2}$	0,49	0,044	6
5	$1,3 \cdot 10^1$	$1,3 \cdot 10^1$	$1,0 \cdot 10^{-3}$	$2,0 \cdot 10^3$	$1,00 \cdot 10^{-6}$	0,90	0,108	24

Tabelle 5.3: Prozentuale Veränderung der Inversionsparameter der einfachen Debye-Parametrisierung bezogen auf die verwendeten Startparameter. Einträge in den Zeilen (Nr.1 bis Nr. 5) entsprechen Parametern bei variierender Elektrodenhöhe (Nr.1: $h \approx 0$ m, Nr.2: $h \approx 1,2$ cm, Nr.3: $h \approx 2,5$ cm, Nr.4: $h \approx 5$ cm, Nr.5: $h \approx 0$ m).

Nr. (-)	$\Delta\epsilon_{DC} (\%)$	$\Delta\epsilon_{HF} (\%)$	$\Delta\tau (\%)$	$\Delta\rho_{DC} (\%)$	$\Delta h (\%)$
1	10	10	0	230	0
2	23	23	0	236	68
3	32	32	0	225	72
4	36	36	0	221	76
5	10	10	0	230	0

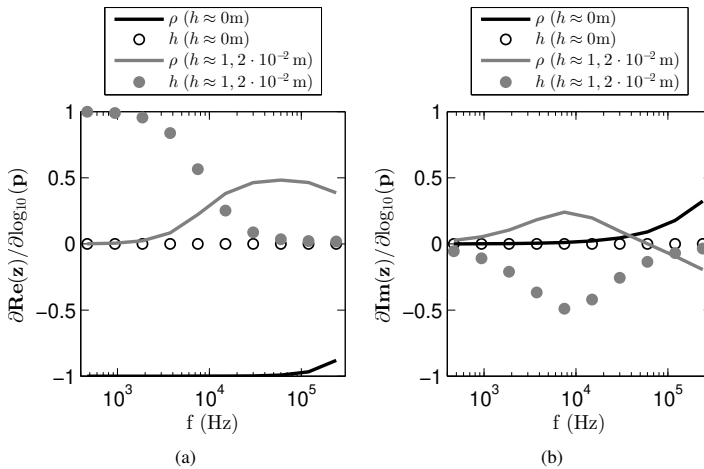


Abbildung 5.7: Auswahl an Spalten der Jacobimatrizen J_{re} und J_{im} , die aus der Anpassung von Labormessungen resultieren. Die effektive Permittivität ist mit dem einfachen Debye-Modell parametrisiert. (a) Partielle Ableitungen vom Realteil der invertierten Impedanz nach ρ und h für die Anpassungen der Messung mit den Elektrodenhöhen $h \approx 0$ cm und $h \approx 1,2$ cm. (b) Entsprechende partielle Ableitungen vom Imaginärteil der invertierten Impedanz.

Teilabbildung (a) zeigt, dass der Realteil der Impedanz bei aufliegenden Elektroden ($h \approx 0$) im gesamten Frequenzband mit maximaler Sensitivität auf ρ_{DC} reagiert (schwarze Kurve), während der Einfluss von h minimal ist (weiß gefüllte Kreise). Die Anpassung der Labormessung ist im Grenzfall $h \rightarrow 0$ m mit einer Gleichstromgeoelektrik-Messung vergleichbar, die für die Anpassung des Widerstandes keine Elektrodenhöhe benötigt. Bei angehobenen Elektroden ($h \approx 1,2$ m) ändern sich die relativen Abhängigkeiten. Die

Elektrodenhöhe (graue Kreise) gewinnt insbesondere im niederfrequenten Bereich bis $f = 10\text{ kHz}$ Einfluss auf die Impedanz, während die Impedanz im selben Frequenzband weniger stark auf ρ_{DC} reagiert.

In Teilabbildung (b) wird gezeigt, dass der Imaginärteil der Impedanz bei aufliegenden Elektroden ($h \approx 0\text{ m}$) kaum auf Änderungen von ρ_{DC} und h reagiert. Auch diese Beobachtung stützt die These, dass die gezeigte Labormessung im Grenzfall $h = 0\text{ m}$ mit einer Gleichstromgeoelektrik-Messung vergleichbar ist, da diese ausschließlich einen Realteil der Impedanz liefern, aus dem ρ_{DC} abgeleitet werden kann. Weshalb diese Messung am schlechtesten abgepasst wird ist unklar. Bei angehobenen Elektroden nimmt der Einfluss von ρ_{DC} und h zu, wobei sich hier h stärker auf den Imaginärteil der Impedanz auswirkt als ρ_{DC} .

5.2.4 Analyse der Spektralwertzerlegung

Anhand der Spektralwertzerlegung der Jacobimatrix wird die relative Auflösbarkeit der einzelnen Modellparameter der angepassten Impedanz untersucht. Insbesondere steht dabei die scheinbare Elektrodenhöhe im Fokus. Die Frage, ob die gesuchten Parameter der effektiven relativen Permittivität trotz einer nicht vernachlässigbaren Elektrodenhöhe aufgelöst werden, ist noch nicht beantwortet. Aus diesem Grund werden im Folgenden drei Laborergebnisse mit unterschiedlichen Elektrodenhöhen $h \approx 0\text{ cm}$, $h \approx 1,2\text{ cm}$ und $h \approx 2,5\text{ cm}$ vorgestellt und miteinander verglichen.

Wenn die effektive relative Permittivität mit dem einfachen Debye-Modell parametrisiert ist, dann folgt aus der Spektralwertzerlegung der Jacobimatrix eine V-Matrix, deren Spalten sich in diesem Beispiel aus fünf Eigenvektoren zusammensetzen und den Parameterraum beschreiben. Bei den Parametern handelt es sich um die vier Variablen zur Beschreibung der effektiven relativen Permittivität ϵ_{DC} , ϵ_{HF} , τ und ρ_{DC} und die scheinbare Elektrodenhöhe h .

Die V-Matrix zeigt, in welcher Parameterkombination die invertierten Parameter aufgelöst werden. Darüber hinaus kann aus der Größe der einzelnen Einträge die relative Stärke der Parameter gegenüber den übrigen aus der Kombination angegeben werden.

Die Eigenvektoren sind mit sinkenden Eigenwerten in die Spalten der V-Matrix sortiert, so dass die erste Spalte der V-Matrix mit dem Eigenvektor zum größten Eigenwert besetzt ist und die letzte Spalte mit dem Eigenvektor zum kleinsten Eigenwert besetzt ist.

Die Eigenwerte geben an wie gut die Parameterkombinationen aus den Spalten der V-Matrix aufgelöst sind. Die normierten Quadratwurzeln der Eigenwerte befinden sich in absteigender Reihenfolge auf der Diagonalen der S-Matrix.

Abbildung 5.8 (a) zeigt die V_{re} -Matrix der Anpassung einer Labormessung, die in der Sandkiste mit aufliegenden Elektroden $h \approx 0\text{ m}$ gemessen wurde. Die Einträge der Matrix sind auf eine Nachkommastelle gerundet. Nachkommastellen, die kleiner sind als vier Hundertstel werden auf 0 abgerundet. Nachkommastellen, die größer oder gleich 05 sind, werden aufgerundet.

V_{re}-Matrix D1 $h \approx 0$ cm

ϵ_{DC}	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0
ϵ_{HF}	0.0	1.0	0.0	0.0	0.0
τ	0.0	0.0	-1.0	0.0	0.0
ρ_{DC}	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0
h	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0

(a)

diag(S_{re}) D1 $h \approx 0$ cm

1.0	0.1	0.0	0.0	0.0
-----	-----	-----	-----	-----

(b)

V_{re}-Matrix D1 $h \approx 1, 2$ cm

ϵ_{DC}	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0
ϵ_{HF}	0.0	-0.0	1.0	0.0	0.0
τ	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0
ρ_{DC}	0.0	1.0	0.0	0.0	0.0
h	1.0	-0.0	-0.0	0.0	0.0

(c)

diag(S_{re}) D1 $h \approx 1, 2$ cm

1.0	0.5	0.1	0.0	0.0
-----	-----	-----	-----	-----

(d)

V_{re}-Matrix D1 $h \approx 2, 5$ cm

ϵ_{DC}	-0.0	0.0	-1.0	-0.1	-0.0
ϵ_{HF}	0.0	-0.0	-0.0	0.0	1.0
τ	0.0	-0.0	0.1	-1.0	0.0
ρ_{DC}	-0.0	1.0	0.0	-0.0	0.0
h	-1.0	-0.0	0.0	0.0	0.0

(e)

diag(S_{re}) D1 $h \approx 2, 5$ cm

1.0	0.4	0.1	0.0	0.0
-----	-----	-----	-----	-----

(f)

Abbildung 5.8: Matrizen der Spektralwertzerlegung von \mathbf{J}_{re} , die aus der Anpassung von Labormessungen mit drei verschiedenen wahren Elektrodenhöhen hervorgehen. Die Impedanz ist mit dem einfachen Debye-Modell (D1) parametrisiert. (a) V_{re} -matrix bei $h \approx 0$ m. (b) Einträge der Diagonalen der S_{re} -Matrix bei $h \approx 0$ m. (c) und (d), beziehungsweise (e) und (f) zeigen entsprechende Matrizen für $h \approx 1, 2$ cm, beziehungsweise $h \approx 2, 5$ cm.

Die Zeilen der Matrix sind mit den Modellparametern beschriftet, deren dekadische Logarithmen zur Anpassung der Impedanz verwendet werden. Zu Gunsten der Übersichtlichkeit wird im Folgenden auf die präzise Angabe der logarithmierten Parameter verzichtet.

Da die erste Spalte der V-Matrix V_{re} einen einzigen Eintrag enthält, der ρ_{DC} zugeordnet wird, ist ρ_{DC} separat aufgelöst. Der zweite Eigenvektor, der sich in der zweiten Spalte von V_{re} befindet, zeigt, dass ϵ_{HF} einzeln aufgelöst ist.

In (b) sind die entsprechenden normierten Quadratwurzeln der Eigenwerte gezeigt, die sich auf der Diagonalen der S_{re} -Matrix befinden. Die Ergebnisse sind gerundet wie oben für die V_{re} -Matrix angegeben. Der erste Eigenvektor wird am besten aufgelöst, da er dem größten Eigenwert in (b) zugeordnet ist. Der zweite Eigenvektor ist weniger gut aufgelöst als der erste und die weiteren werden nicht aufgelöst, da die Einträge auf der Diagonalen der S-Matrix 0,0 betragen.

Abbildungen 5.8 (c) und (d) zeigen die Spektralwertzerlegung der Anpassung von der Labormessung bei angehobenen Elektroden mit $h \approx 1,25\text{ cm}$. Die scheinbare Elektrodenhöhe h ist einzeln und am besten aufgelöst, gefolgt von ρ_{DC} und ϵ_{HF} . Wenn im Eigenvektor ein Eintrag mit negativen Vorzeichen steht, dann geht der entsprechende Modellparameter invers in die Parameterkombination ein, weshalb hier h^{-1} aufgelöst wird.

Die Anpassung der Messung mit Elektrodenhöhen von $h \approx 2,5\text{ cm}$ liefert ein vergleichbares Ergebnis (Abbildungen 5.8 (e) und (f)). Die scheinbare Elektrodenhöhe h ist einzeln und am besten aufgelöst, gefolgt von ρ_{DC} und ϵ_{DC} .

Die in Abbildung 5.8 gezeigten V-Matrizen weisen eine Gemeinsamkeit auf. Sie sind dünn besetzt und aus ihrer Analyse ging hervor, dass die Relaxationszeit τ unter Verwendung der Parametrisierung mit dem einfachen Debye-Modell nicht aufgelöst wird. Daraus kann geschlossen werden, dass die effektive relative Permittivität offensichtlich überparametrisiert ist. Dieses Ergebnis ist jedoch durchaus plausibel, da das Material des Laboraufbaus trocken ist und Relaxationsprozesse in feuchtem oder gesättigtem Material erwartet werden, weil sie durch die Anwesenheit von Wasser oder Eis verursacht werden. Da V_{im} und $\text{diag}(S_{im})$ ebenso dünn besetzt sind, wird auf ihre Präsentation verzichtet.

Je nachdem, wie groß die Elektrodenhöhe im Laboraufbau ist, wird sie entweder gut oder weniger gut aufgelöst. Die Anpassung der Messung bei aufliegenden Elektroden liefert eine weniger gut aufgelöste scheinbare Elektrodenhöhe als die Anpassung der Messung bei angehobenen Elektroden. Dieses Ergebnis kann als schlüssig bewertet werden, da während der Anpassung der gemessenen Impedanz die Wichtigkeit der scheinbaren Elektrodenhöhe zunimmt, wenn auch die wahre Elektrodenhöhe während der Messung zunimmt.

Darüber hinaus wurde gezeigt, dass ρ_{DC} unabhängig von der Elektrodenhöhe während der Messung durch die Anpassung aufgelöst wird. Dabei handelt es sich um die wichtigste Erkenntnis, die aus den Labormessungen hervorgeht. Bislang war noch unklar, ob es grundsätzlich möglich ist die elektrischen Parameter eines Untergrundes aus Impedanzen abzuleiten, die unter der Verwendung kapazitiv angekoppelter Elektroden gemessen wurden.

Mit den Labormessungen wurden Beispiele gefunden, die zeigen, dass es unter kontrollierten Bedingungen möglich ist ρ_{DC} trotz nicht vernachlässigbarer Elektrodenhöhen zu bestimmen.

Ob die Parameter der effektiven komplexen relativen Permittivität aus Feldmessungen

bestimmbar sind, wenn die Elektroden während der Messung kapazitiv an den Untergrund ankoppeln, ist noch ungeklärt und Gegenstand des nächsten Kapitels.

5.3 Zusammenfassung im Hinblick auf Feldmessungen

Es wurden Labormessungen mit dem Chameleon-System auf Basis kapazitiv angekoppelter Elektroden durchgeführt. Die folgende Erkenntnisse basieren auf den Labormessungen:

- Extrem große Übergangsimpedanzen machen sich in 4-Punkt-Messungen im niedrigen Frequenzbereich zwischen 1 Hz und einigen 10 Hz bemerkbar. Sie verursachen bei abnehmender Frequenz sinkende Beträge und positive Phasenwerte. Dieser Verlauf unterscheidet sich deutlich von den Spektren, die für eine ungestörte 4-Punkt-Messung erwartet werden und kann damit während Feldmessungen einfach identifiziert werden.
- Messungen mit variierender Elektrodenhöhe über der Oberfläche ergeben Impedanzspektren, die sich verhalten wie von der analytischen Lösung vorhergesagt. Bei steigender Elektrodenhöhe verschieben sich die Impedanzspektren in Richtung größerer Beträge und größerer Phasen.
- Der getestete Inversionsalgorithmus findet innerhalb weniger Iterationen (maximal 26) Anpassungen mit $\text{rms}_{|z|} \leq 1\%$ und $\text{rms}_{\varphi} \leq 0,1 \text{ rad}$. Die Elektrodenhöhe wird dabei hinreichend gut durch die invertierte scheinbare Elektrodenhöhe wiedergegeben (bis zu $h = 2,5 \text{ cm}$ mit $\pm 5\%$.)
- Die Analyse der Jacobimatrix und ihrer Spektralwertzerlegung gibt Aufschluss darüber, welche Modellparameter aufgelöst werden. Im Fokus steht dabei insbesondere die Elektrodenhöhe, da sie die 4-Punkt-Impedanz stark beeinflusst und als zusätzlicher Parameter während der Inversion angepasst wird. Bis zu der scheinbaren Elektrodenhöhe von $1,24 \text{ cm}$ wird ρ_{DC} in den vorgestellten Testmessungen aufgelöst.

6 Feldmessungen

Aufgrund der milden Winter im Norden Deutschlands wurden zwei Messorte ausgewählt, die langanhaltend Temperaturen um den Gefrierpunkt aufweisen. Dadurch wurde sichergestellt, dass während der Messungen Eis und gefrorener Untergrund angetroffen wurden. Da das neuartige Chameleon-System zur Messung von Impedanzen auf Basis kapazitiv angekoppelter Elektroden eigens für Messungen unter harten Bedingungen entwickelt wurde, war es wünschenswert, erste Messungen mit dem Chameleon-System in Permafrostarealen durchzuführen. Als Permafrost wird Boden, Sediment oder Gestein bezeichnet, wenn die Temperatur mindestens 24 Monate ohne Unterbrechung unterhalb von 0°C liegt (Dobinski, 2011).

Die erste Feldmessung mit dem Chameleon-System fand auf der Zugspitze in den Deutsch/ Österreichischen Alpen im September 2013 statt (Abbildung 6.1, violette Markierung). Die Klimazone der Zugspitze entspricht dem gemäßigten Gebirgsklima mit einem langjährigen Temperaturmittel von $T = -4,8^{\circ}\text{C}$ (schneefernerhaus.de/wetterdaten).

Anschließende Feldmessungen wurden in Tromsø auf der Insel Tromsøya im Norden Norwegens im April 2015 durchgeführt (Abbildung 6.1, rote Markierung). Tromsø liegt in einer Klimazone, die zwischen subpolar und boreal ozeanisch eingeordnet wird. Das langjährige Temperaturmittel liegt bei $T = 0,8^{\circ}\text{C}$ (www.yr.no/place/Norway/Troms/Tromsø).

Neben den klimatischen Bedingungen wurden die beiden Messorte auch aus logistischen Gründen ausgewählt. Für die Messungen auf der Zugspitze in den Deutsch / Österreichischen Alpen konnte die Infrastruktur der Umwelt Forschungsstation Schneefernerhaus und des dort forschenden Steinmann-Instituts der Universität Bonn genutzt werden.

Die Insel Tromsøya ist trotz der Lage der nördlich vom Polarkreis einfach über den Flughafen Tromsø erreichbar. Der Messort liegt zentral auf der Insel und ist mit einem PKW zugänglich.

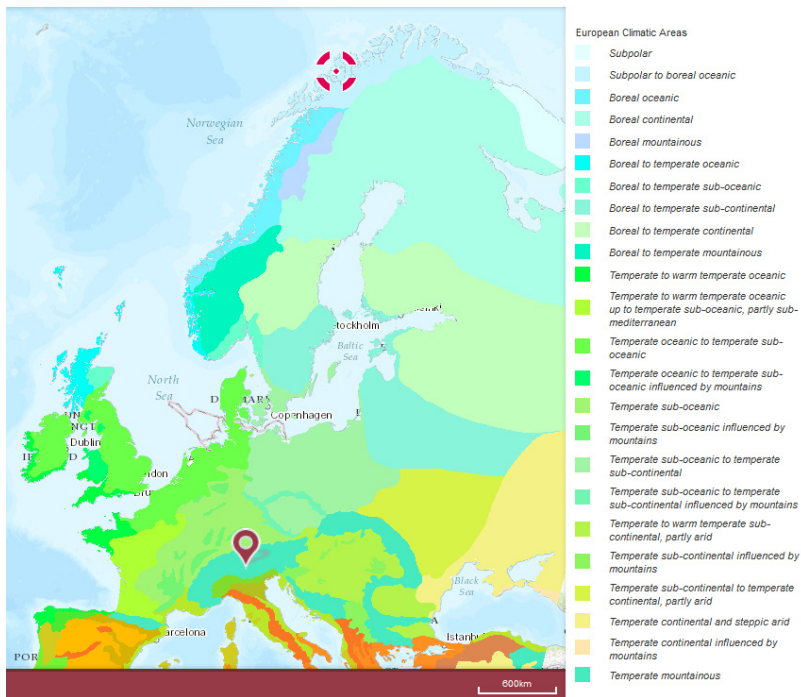


Abbildung 6.1: Klimakarte von Europa (Maßstab 1:36.978.595; Koordinatensystem: WGS84 (geoviewer.bgr.de/mapapps/resources/apps/geoviewer)). Die beiden Messorte, an denen das Chameleon-System erstmals für Impedanzmessungen eingesetzt wurde, sind markiert. Das violette Symbol markiert die Zugspitze im gemäßigten Gebirgsklima. Das rote Symbol markiert Tromsø in der subpolaren bis borealen ozeanischen Klimazone.

6.1 Feldmessung auf der Zugspitze (Deutsch/Österreichische Alpen)

Die erste Feldmessung mit dem Chameleon-System fand auf der Zugspitze, dem höchsten Gipfel der deutschen Alpen, statt. Die Messungen wurden in einem Stollen durchgeführt, der unterhalb des Hauptkammes zwischen dem Zugspitzeck (2816 m a.s.l.) und der Zugspitze (2962 m a.s.l.) verläuft (Abbildung 6.2). Der in Abbildung 6.2 rot markierte Messort ist über ein Stollensystem erreichbar. Der Einstieg in das Stollensystem befindet sich in der Umweltforschungsstation Schneefernerhaus (2656 m a.s.l.).

In den Seitenstollen ist Wasser einerseits durch den Ausgang (Abbildung 6.2, 2 *gallery exit*) eingetreten. Andererseits dringt Wasser durch ein natürliches Drainagesystem durch die Decke und Wände ein. Wasser, welches in Stollen oder Schächte eindringt wird Zutrittswasser genannt, und kann, wenn es das Gestein durchquert Mineralien enthalten,

die in Gesamtkonzentrationen zwischen (1 – 4) g/l (vergleichbar mit Trinkwasser) und 30 – 40 g/l (in Salzstöcken) auftreten (endlager-morsleben.de). Der Boden des Seitenstollens ist ganzjährig mit einer ungefähr 1 m dicken Eisschicht, welche sich aus Zutrittswasser gebildet hat, bedeckt. In dem Seitenstollen wurden zum ersten Mal kapazitiv angekoppelte Elektroden verwendet, um natürliches Eis zu untersuchen.

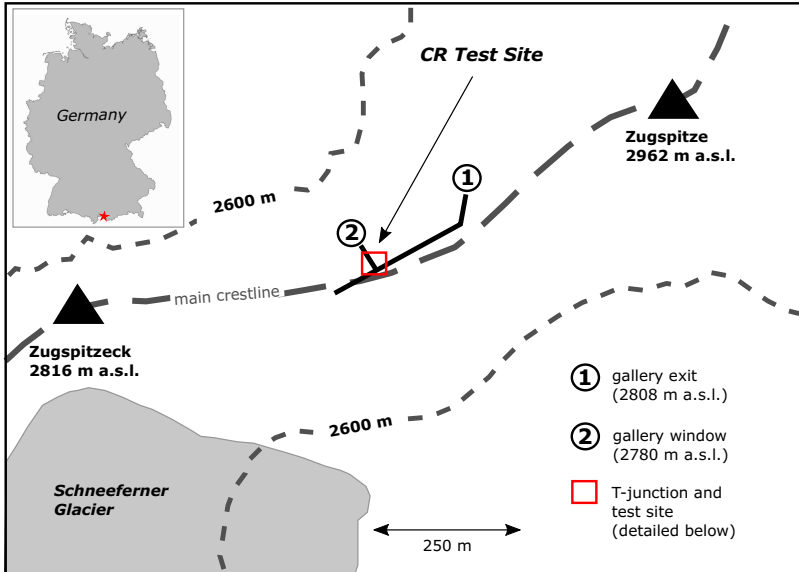


Abbildung 6.2: Topographische Karte vom Messgebiet unter dem Hauptkamm zwischen den Gipfeln des Zugspitzeck und der Zugspitze (Przyklen et al., 2016). **CR (Capacitively coupled Resistivity) Test Site** steht für den Ort, an dem Messungen mit dem Chameleon-System durchgeführt wurden.

6.1.1 Seitenstollen

Der Seitenstollen befindet sich in 2780 m a.s.l und wurde wie der Hauptstollen in das Gestein geschlagen. Die Tunneloberfläche besteht aus dem vorliegenden Gestein. Weil sie sich hauptsächlich aus porösem Wettersteinkalk zusammen setzt (Abbildung 6.3), wird der Seitenstollen im Zuge saisonaler Tauprozesse regelmäßig mit Wasser gefüllt. Das Tauwasser fließt einerseits durch das natürliche Drainagesystem der porösen Decke des Stollens, andererseits tritt es durch den Ausgang ein (Abbildung 6.2, *gallery exit*). Da ab der Höhe von 2500 m eine Permafrostzone beginnt, gefriert das eingedrungene Wasser auf dem Boden des Seitenstollens, so dass ganzjährig eine ungefähr 1 m dicke Eisschicht, wie in Abbildung 6.4 skizziert, vorzufinden ist. Die Untersuchung dieser Eisschicht ist erfolgt, indem drei Wenner-Anordnungen mit gemeinsamen Mittelpunkt zur Messung verwendet wurden. Die Elektrodenseparation beträgt dabei $a = 1,0/1,5/2,0$ m, so dass die maximale

Eindringtiefe aller Messungen überwiegend innerhalb der Eisschicht liegt. Die Spektren wurden zwischen $f = 117\text{ Hz}$ und $f = 120\text{ kHz}$ aufgenommen. Als Vorverstärker wurden die $100\text{ k}\Omega$ -Probes und Elektroden mit einer Seitenlänge von $b = 0,18\text{ m}$ (Kapitel 4).



Abbildung 6.3: Messort der Feldmessungen in einem Seitenstollen unterhalb des Zugspitzekamms. Blick vom Eingang in den Seitenstollen in Richtung ② gallery window aus Abbildung 6.2. Die Wände des Tunnels bestehen aus Wettersteinkalk. Im Eingangsbe-
reich ist die Oberfläche der Eisschicht mit Sand bestreut (Foto: M. Weigand).

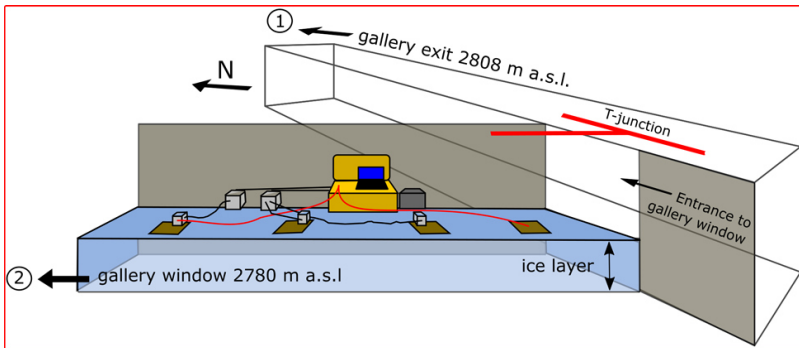


Abbildung 6.4: Messort der Feldmessungen in einem Tunnel unterhalb des Zugspitzekamms. Skizze des Seitenstollen (nicht maßstabsgetreu), dessen Boden mit einer Eisschicht bedeckt ist (Przyklen et al., 2016).

6.1.1.1 Rohdaten

Die im Seitenstollen gemessenen Rohdaten befinden sich Abbildung 6.5 (a) und (b). Teilabbildung (a) zeigt Beträge in doppelt-logarithmischer Auftragung über der Messfrequenz zwischen $f = 117\text{Hz}$ und $f = 120\text{kHz}$ der drei Wenner-Auslagen mit $a = 1\text{m}$ (schwarze Kreise), $a = 1,5\text{m}$ (graue Dreiecke) und $a = 2,0\text{m}$ (weiß gefüllte Quadrate). Mit wachsendem Elektrodenabstand a sinkt erwartungsgemäß der Betrag der Impedanz, so dass sich zwischen den Spektren ein nahezu konstanter Versatz einstellt. Weiterhin fällt der Betrag der Impedanz bei steigender Messfrequenz der Theorie entsprechend ab, so dass Beträge je nach Auslage zwischen ungefähr $20\text{k}\Omega$ und 200Ω erreicht werden.

Teilabbildung (b) zeigt entsprechende Phasenspektren in logarithmischer Auftragung über der Messfrequenz. Allgemein weisen die drei Spektren eine hohe Dynamik im dargestellten Frequenzband auf. Für kleine Frequenzen konvergiert die Phase gegen 0rad und für große gegen $-\pi/2\text{rad}$.

Unter der Annahme, dass der untersuchte Untergrund homogen ist und die Höhe aller Elektroden über der Oberfläche während der Messungen gleich groß ist, sollten die gemessenen Phasenspektren identisch sein. Da sich das Spektrum mit der kleinsten Eindringtiefe ($a = 1\text{m}$) von den weiteren unterscheidet, kann entweder nicht davon ausgegangen werden, dass der Untergrund homogen ist, oder die Elektrodenhöhen während der Messungen konstant sind.

Teilabbildungen 6.5 (c) und (d) zeigen Spektren vom geschätzten spezifischen Widerstand und der geschätzten relativen Permittivität, die unter der Annahme vernachlässigbarer Elektrodenhöhen direkt aus den gemessenen Impedanzspektren bestimmt wurden (Abschnitt 2.7.1, Gleichung (2.96) und (2.97)). Neben den bestimmten Größen ist jeweils der Mittelwert über die drei Spektren (graue Kurve) und die Standardabweichung (graue Schattierung) dargestellt. Die Fehlerbalken des spezifischen Widerstandes und der relativen Permittivität ergeben sich gemäß der Fehlerfortpflanzung nach

$$\Delta\rho = \left| \frac{\partial\rho}{\partial|Z|} \right| \cdot \delta Z + \left| \frac{\partial\rho}{\partial\varphi} \right| \cdot \delta\varphi \quad (6.1)$$

und

$$\Delta\epsilon_r = \left| \frac{\partial\epsilon_r}{\partial|Z|} \right| \cdot \delta Z + \left| \frac{\partial\epsilon_r}{\partial\varphi} \right| \cdot \delta\varphi, \quad (6.2)$$

wobei hier für ρ und ϵ_r Gleichung (2.96) und (2.97) eingesetzt wird. Als Fehler δZ und $\delta\varphi$ werden die Vertrauensbereiche gezeigt, die als Teil der Impedanzmessung angegeben werden (Kapitel 4, Abschnitt 4.1). Die berechneten Spektralwerte des spezifischen Widerstandes und der relativen Permittivität sinken mit steigender Frequenz. Die Variation der Elektrodenseparation zwischen $a = 1\text{m}$ und $a = 2\text{m}$ hat einen relativ geringen Effekt auf die abgeschätzten Spektren von ρ und ϵ_r . Mit einigen Ausnahmen liegt die frequenzabhängige prozentuale Abweichung des spezifische Widerstandes zwischen 8% und 11% , die der relativen Permittivität liegt zwischen 2% und 22% . Daher wird der variierende Elektrodenabstand a als Indikator für einen homogenen Untergrund angenommen. Die Dicke der Eisschicht kann damit bis zur maximalen Eindringtiefe von 1m abgeschätzt werden. Für die folgende Datenanpassung wird ein Modell verwendet, welches aus einem homogenen Halbraum besteht.

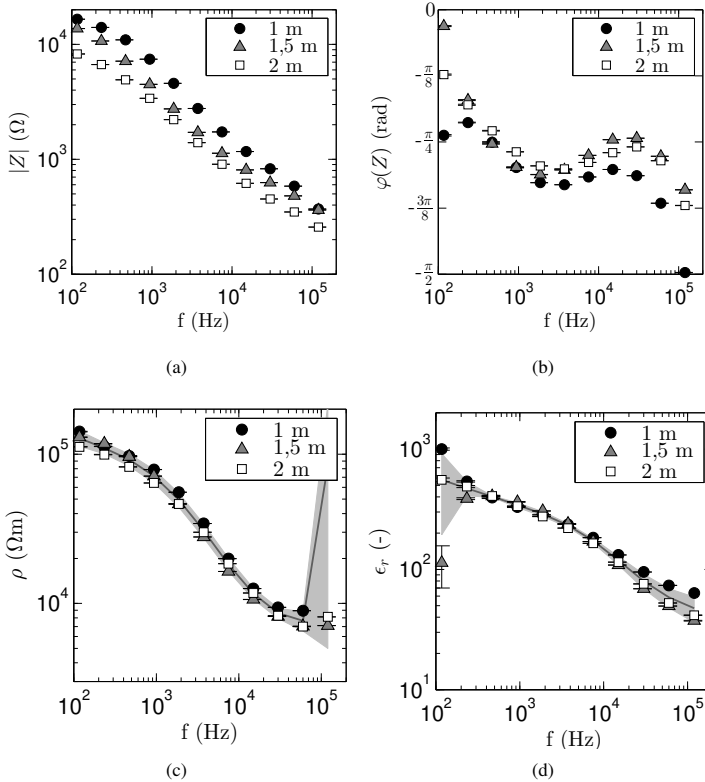


Abbildung 6.5: (a) Betrag der gemessenen Impedanz in doppelt-logarithmischer Darstellung aufgetragen über der Messfrequenz für drei Elektroden separationen. (b) Entsprechende Phase der gemessenen Impedanz in logarithmischer Darstellung über der Messfrequenz. (c) Direkt bestimmter spezifischer Widerstand in doppelt-logarithmischer Auftragung über der Messfrequenz. (d) Direkt bestimmte relative Permittivität in doppelt-logarithmischer Auftragung über der Messfrequenz. Das graue Spektrum in (c) und (d) entspricht dem Mittelwert der drei Spektren. Die Schattierung entspricht der Standardabweichung der drei Spektren.

6.1.1.2 Anpassung

Die Anpassung der gemessenen 4-Punkt-Impedanz erfolgt mit der Hilfe von drei verschiedenen Parametrisierungen. Die komplexe effektive Permittivität des homogenen Halbraumes wird mit der einfachen Debye- (Abschnitt 3.3.1, Gleichung (3.8)), der einfachen Cole-Cole- (Abschnitt 3.3.1.4, Gleichung (3.16)) und der zweifachen Cole-Cole-Parametrisierung (Abschnitt 3.3.2.1, Gleichung (3.20)) bestimmt.

Abbildung 6.6 zeigt die gemessene Impedanz und Ergebnisse aller Anpassungen mit dem Elektrodenabstand $a = 1$ m in Wenner-Konfiguration. Der Betrag der Impedanz ist in Teilabbildung (a) doppelt-logarithmisch aufgetragen. Die schwarz gefüllten Kreise entsprechen den gemessenen Spektralwerten. Die Inversionsergebnisse sind als Kurven dargestellt. Die einfache Debye-Anpassung (D1) ist als punktiert-gestrichelte Kurve, die einfache Cole-Cole-Anpassung (CC1) als gestrichelte und die zweifache Cole-Cole (CC2) als solide Kurve abgebildet. Der gemessene Betrag wird durch die verschiedenen Modelle mit einem $\text{rms}_{|Z|}$ zwischen 2,5 % und 1,5 % (Tabelle 6.1 - 6.2) angepasst. Die kleinste Abweichung wird wie erwartet vom Modell mit der größten Anzahl verfügbarer Parameter (CC2) erzielt. Die Aussagekraft dieser Anpassung wird später in Abschnitt 6.1.2 untersucht.

Die Phase der Impedanz ist in Teilabbildung (b) logarithmisch über der Frequenz aufgetragen. Die einzelnen Anpassungen unterscheiden sich hier deutlich voneinander. D1 und CC1 bilden das Phasenspektrum nur grob nach. Die Abweichungen betragen $\text{rms}_\varphi = 0,183$ rad und $0,153$ rad. Die flexibelste Parametrisierung (CC2) passt das Phasenspektrum mit $\text{rms}_\varphi = 0,078$ rad (Tabelle 6.1 - 6.2) um eine Größenordnung besser an.

Teilabbildung 6.6 (c) zeigt die ermittelten spezifischen Widerstände aus der direkten Anpassung (gefüllte Kreise) und den drei Anpassungen mit unterschiedlich parametrisierter effektiver Permittivität. Die vier Spektren weisen eine große Ähnlichkeit auf, wobei insbesondere das Ergebnis aus der direkten Berechnung, kaum vom Ergebnis aus der CC2-Parametrisierung mit den meisten frei wählbaren Parametern unterscheidbar ist.

Diese Beobachtung ist nicht trivial, da für die direkte Berechnung von $\rho(f)$ und $\varepsilon_r(f)$ für den Höhenfaktor $H \rightarrow 1$, beziehungsweise für die gemeinsame Elektrodenhöhe $h \rightarrow 0$ m angenommen wurde ohne die effektive Permittivität im Frequenzbereich zu parametrisieren. Die einzelnen Spektralwerte von $\rho(f)$ und $\varepsilon_r(f)$ werden direkt aus dem Real- und Imaginärteil der gemessenen Impedanz abgeleitet (Kapitel 2, Abschnitt 2.7.1, Gleichungen (2.96) und 2.97). Bei der direkten Berechnung handelt es sich daher nicht um eine andere Darstellung, da die gemessene Impedanz grundsätzlich neben der gesuchten effektiven Permittivität auch vom Höhenfaktor abhängt. Invertierte Ergebnisse von $\rho(f)$ $\varepsilon_r(f)$ werden immer unter der Berücksichtigung des Höhenfaktors ermittelt, während die direkte Berechnung den Höhenfaktor vernachlässigt. Invertierte und direkt berechnete Ergebnisse sind nur dann ähnlich, wenn für den Höhenfaktor $H \rightarrow 1$ gilt.

Entsprechende relative Permittivitäten sind in Teilabbildung (d) abgebildet. Die Übereinstimmung aus der direkten Berechnung und der CC2-Anpassung ist wie erwartet am größten. Im niederfrequenten Bereich (bis $f = 1$ kHz) weichen die D1- und CC1-Anpassung von den beiden anderen beiden Spektren ab.

Die Anpassungen der Messungen mit den Elektrodenabständen $a = 1,5$ m und 2 m sind in Abbildung 6.7 und 6.8 dargestellt. Im Vergleich zu den oben beschriebenen Er-

gebnissen ergibt sich ein ähnliches Bild. Der Betrag der Impedanz (Abbildung 6.7 (a) und 6.8 (a)) wird durch alle Parametrisierungen mit $\text{rms}_{|z|}$ -Werten zwischen 1 % und 2 % wiedergegeben (Tabellen 6.1 bis 6.3). Unterschiede machen sich jedoch in der Anpassung der Phasenspektren bemerkbar (Abbildung 6.7 (b) und 6.8 (b)).

Die gemessene Impedanz wird erwartungsgemäß umso besser wiedergegeben, je mehr freie Parameter zur Verfügung stehen. Die Phasenspektren werden daher durch die CC2-Parametrisierung am besten dargestellt, gefolgt von CC1 und D1. Im Sinne des kleinsten rms_{φ} -Wertes trifft diese Aussage auch für Abbildung 6.8 (b) zu. Der rms_{φ} halbiert sich von Modell zu Modell von 0,112 rad auf 0,03 rad. Bei der flacheren Messung in Abbildung 6.7 (b) liefern alle Anpassungen einen rms_{φ} zwischen 0,090 rad und 0,100 rad.

Die Inversionsparameter aller Anpassungen befinden sich in den Tabellen 6.1 bis 6.3. Alle Inversionen liefern einen hochfrequenten Grenzwert von ungefähr 70. Auffällig ist, dass die Elektrodenhöhe h unabhängig von dem verwendeten Modell $h = 10^{-5}$ m beträgt. Nur in einem Fall (Abbildung 6.3, $a = 1$ m) weicht der ermittelte Wert der Elektrodenauslenkung vom vorgegebenen Startwert ab. In diesem speziellen Fall ist die Elektrodenhöhe offenbar von untergeordneter Bedeutung. Eine weitere Untersuchung folgt in Abschnitt 6.1.1.3.

6.1.1.3 Analyse der Jacobimatrix

Die Analyse der Jacobimatrizen, welche aus der Anpassung von Labormessungen hervorgehen, hat in Abschnitt 5.2.3 ergeben, dass die Elektrodenhöhe die angepasste Impedanz nicht beeinflusst, wenn sich die kapazitiv angekoppelten Elektroden im direkten Kontakt zur Oberfläche des Untergrundes befinden.

Wie für Ergebnisse aus den Labormessungen (Abschnitt 5.2.3), wird die relative Empfindlichkeit der angepassten Impedanz gegenüber der scheinbaren Elektrodenhöhe mit der relativen Empfindlichkeit gegenüber den Parametern der effektiven relativen Permittivität anhand der Jacobimatrix verglichen.

Abbildung 6.9 zeigt die Jacobimatrix der Anpassung mit einfacher Debye-Parametrisierung (D1) und zweifacher Cole-Cole-Parametrisierung (CC2) für die flache Impedanzmessung mit dem Elektrodenabstand $a = 1$ m. Auf die Darstellung der einfachen Cole-Cole-Parametrisierung wird verzichtet, da sich die Jacobimatrix nicht wesentlich von der Parametrisierung mit D1 unterscheidet, obwohl der Frequenzexponent $c = 0,75$ beträgt (Tabelle (6.2)).

Es werden die partiellen Ableitungen der Impedanz nach den Modellparametern ϵ_{DC} , ϵ_{HF} , τ , ρ_{DC} und h gezeigt, die für die einfache Debye-Parametrisierung (D1) verwendet werden. Für die CC2-Parametrisierung werden entsprechende Parameter dargestellt mit der Relaxationszeit τ_2 an Stelle von τ .

Allgemein sind die normierten partiellen Ableitungen des Realteils der Impedanz (linke Spalte) größer als die des Imaginärteils (rechte Spalte). Der Realteil der Impedanz ist gegenüber Parameteränderungen daher empfindlicher als der Imaginärteil.

Teilabbildung 6.9 (a) zeigt, dass der Realteil der angepassten Impedanz bei kleinen Frequenzen am empfindlichsten auf den niederfrequenten Grenzwert des spezifischen Widerstandes ρ_{DC} reagiert. Im mittleren Frequenzband zwischen 10^3 Hz und 10^4 Hz dominiert die Empfindlichkeit gegenüber dem niederfrequenten Grenzwert der relativen Permittivität ϵ_{DC} . Bei Frequenzen, die in der Nähe der Debye-Frequenz liegen, gewinnt die

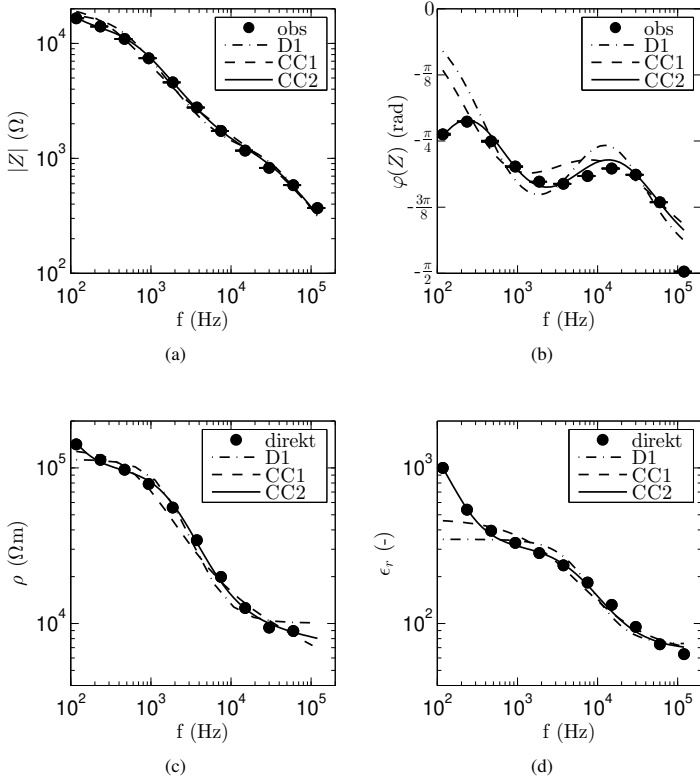


Abbildung 6.6: (a) Betrag der gemessenen Impedanz und Anpassungen der Messungen im Seitenstollen der Zugspitze in doppelt-logarithmischer Darstellung aufgetragen über der Messfrequenz für den Elektrodenabstand $a = 1$ m. (b) Entsprechende Phase der gemessenen Impedanz und Anpassungen in logarithmischer Darstellung über der Messfrequenz. (c) Direkt bestimmter spezifischer Widerstand und Anpassungen in doppelt-logarithmischer Auftragung über der Messfrequenz. (d) Direkt bestimmte relative Permittivität und Anpassungen in doppelt-logarithmischer Auftragung über der Messfrequenz.

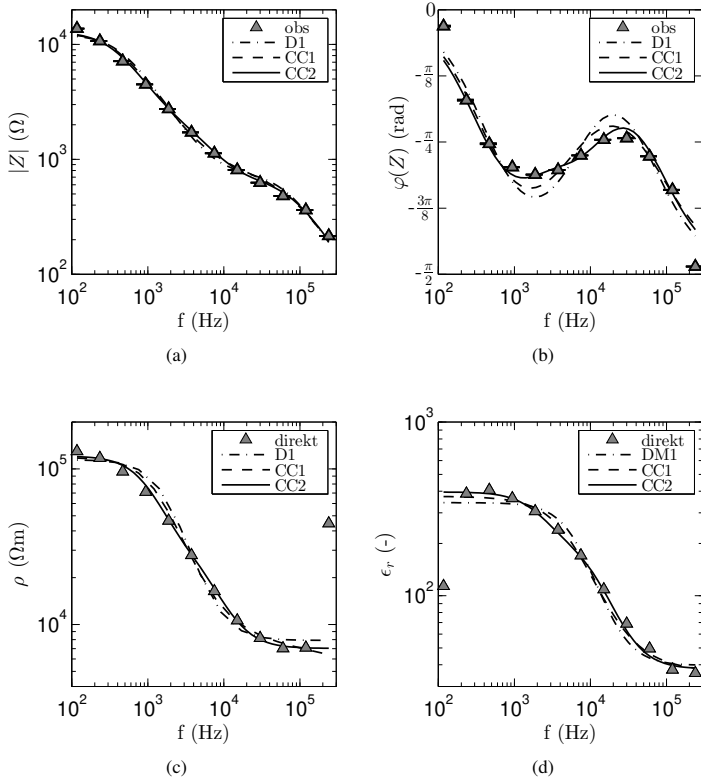


Abbildung 6.7: (a) Betrag der im Seitenstollen der Zugspitze gemessenen Impedanz und Anpassungen in doppelt-logarithmischer Darstellung aufgetragen über der Messfrequenz für den Elektrodenabstand $a = 1,5$ m. (b) Entsprechende Phase der gemessenen Impedanz und Anpassungen in logarithmischer Darstellung über der Messfrequenz. (c) Direkt bestimmter spezifischer Widerstand und Anpassungen in doppelt-logarithmischer Auftragung über der Messfrequenz. (d) Direkt bestimmte relative Permittivität und Anpassungen in doppelt-logarithmischer Auftragung über der Messfrequenz.

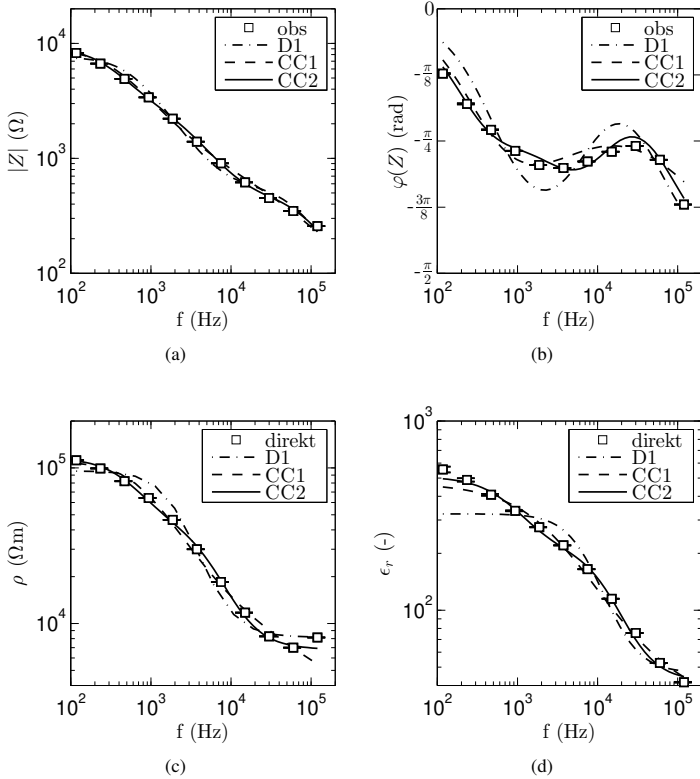


Abbildung 6.8: (a) Betrag der im Seitenstollen der Zugspitze gemessenen Impedanz und Anpassungen in doppelt-logarithmischer Darstellung aufgetragen über der Messfrequenz für den Elektrodenabstand $a = 2$ m. (b) Entsprechende Phase der gemessenen Impedanz und Anpassungen in logarithmischer Darstellung über der Messfrequenz. (c) Direkt bestimmter spezifischer Widerstand und Anpassungen in doppelt-logarithmischer Auftragung über der Messfrequenz. (d) Direkt bestimmte relative Permittivität und Anpassungen in doppelt-logarithmischer Auftragung über der Messfrequenz.

Tabelle 6.1: Inversionsparameter der einfachen Debye-Anpassung von Impedanzmessungen im Seitenstollen der Zugspitze für verschiedene Elektrodenabstände a .

a (m)	ϵ_{DC} (-)	ϵ_{HF} (-)	τ (s)	ρ_{DC} (Ω m)	h (m)	$\text{rms} z $ (%)	rms_ϕ (rad)
1,0	$3,5 \cdot 10^2$	$7,4 \cdot 10^1$	$2,7 \cdot 10^{-5}$	$1,1 \cdot 10^5$	$1,0 \cdot 10^{-5}$	2,49	0,183
1,5	$3,4 \cdot 10^2$	$4,0 \cdot 10^1$	$2,3 \cdot 10^{-5}$	$1,1 \cdot 10^5$	$1,0 \cdot 10^{-5}$	2,02	0,103
2,0	$3,2 \cdot 10^2$	$4,7 \cdot 10^1$	$2,2 \cdot 10^{-5}$	$1,0 \cdot 10^5$	$1,0 \cdot 10^{-5}$	2,14	0,112

Tabelle 6.2: Inversionsparameter der einfachen Cole-Cole-Anpassung von Impedanzmessungen im Seitenstollen der Zugspitze für verschiedene Elektrodenabstände a .

a (m)	ϵ_{DC} (-)	ϵ_{HF} (-)	τ (s)	c (-)	ρ_{DC} (Ω m)	h (m)	$\text{rms} z $ (%)	rms_ϕ (rad)
1,0	$4,7 \cdot 10^2$	$6,1 \cdot 10^1$	$6,2 \cdot 10^{-5}$	0,75	$1,3 \cdot 10^5$	$1,0 \cdot 10^{-5}$	2,30	0,153
1,5	$3,7 \cdot 10^2$	$3,6 \cdot 10^1$	$2,9 \cdot 10^{-5}$	0,90	$1,2 \cdot 10^5$	$1,0 \cdot 10^{-5}$	1,82	0,098
2,0	$4,7 \cdot 10^2$	$2,9 \cdot 10^1$	$5,9 \cdot 10^{-4}$	0,70	$1,1 \cdot 10^5$	$1,0 \cdot 10^{-5}$	1,31	0,060

Tabelle 6.3: Inversionsparameter der zweifachen Cole-Cole-Anpassung von Impedanzmessungen im Seitenstollen der Zugspitze für verschiedene Elektrodenabstände a .

a (m)	ϵ_{DC} (-)	ϵ_{LM} (-)	ϵ_{HF} (-)	τ_1 (s)	τ_2 (s)	c_1 (-)	c_2 (-)	ρ_{DC} (Ω m)	h (m)	$\text{rms} z $ (%)	rms_ϕ (rad)
1,0	$3,1 \cdot 10^2$	$2,2 \cdot 10^2$	$6,7 \cdot 10^1$	$1,8 \cdot 10^{-3}$	$2,5 \cdot 10^{-5}$	1,00	0,90	$1,2 \cdot 10^6$	$3,1 \cdot 10^{-6}$	1,49	0,078
1,5	$3,9 \cdot 10^2$	$2,5 \cdot 10^2$	$3,8 \cdot 10^1$	$7,2 \cdot 10^{-5}$	$1,2 \cdot 10^{-5}$	1,00	1,00	$1,2 \cdot 10^5$	$1,0 \cdot 10^{-5}$	1,57	0,090
2,0	$5,1 \cdot 10^2$	$3,6 \cdot 10^2$	$4,2 \cdot 10^1$	$1,8 \cdot 10^{-4}$	$1,8 \cdot 10^{-5}$	1,00	0,90	$1,1 \cdot 10^5$	$1,0 \cdot 10^{-5}$	0,71	0,030

Relaxationszeit τ an Einfluss. Die Empfindlichkeit gegenüber dem hochfrequenten Grenzwert der relativen Permittivität ϵ_{HF} ist für hohe Frequenzen am größten. Der Realteil der angepassten Impedanz, reagiert im gesamten Frequenzband nicht auf Variation der scheinbaren Elektrodenhöhe.

Teilabbildung 6.9 (b) zeigt, dass der Imaginärteil der invertierten Impedanz in der niederfrequenten Hälfte des Spektrums gegenüber den niederfrequenten Grenzwerten ρ_{DC} und ϵ_{DC} die gleiche Sensitivität aufweist. Die hochfrequente Hälfte des Spektrums wird von ϵ_{DC} und ϵ_{HF} dominiert. Wie der Realteil der angepassten Impedanz reagiert der Imaginärteil im gesamten Frequenzband nicht auf Variation der scheinbaren Elektrodenhöhe.

In den Teilabbildungen 6.9 (c) und (d) sind die Jacobimatrizen des Real- und Imaginärteils der angepassten Impedanz mit der zweifachen Cole-Cole Parametrisierung dargestellt. Im Vergleich zu den Jacobimatrizen aus (a) und (b) kann ein wesentlicher Unterschied festgestellt werden. Die Empfindlichkeit gegenüber ρ_{DC} ist insbesondere für niedrige Spektralwerte deutlich niedriger, während die Empfindlichkeit des Realteils der angepassten Impedanz gegenüber ϵ_{DC} größer ist.

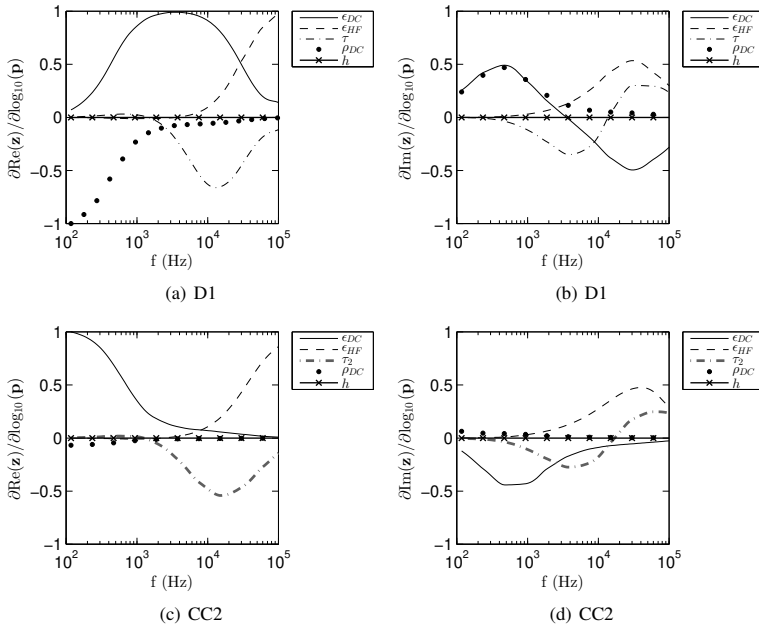


Abbildung 6.9: Jacobimatrix für verschiedene Anpassungen der Impedanzmessung im Seitenstollen der Zugspitze ((a) und (b) D1; (c) und (d) CC2) einer Messung bei $a = 1$ m. In den linken Spalte sind die Realteile und in der rechten Spalte sind Imaginärteile abgebildet.

6.1.2 Analyse der Spektralwertzerlegung

Die in dem Seitensollen unterhalb des Zugspitzekamms gemessenen Impedanzspektren wurden angepasst, indem die effektive relative Permittivität mit einem einfachen Debye-Modell (D1), einem einfachen Cole-Cole Modell (CC1) und einem zweifachen Cole-Cole Modell (CC2) parametrisiert wurde. Auf diese Weise wurden invertierte Impedanzspektren ermittelt, die von verschiedenen Modellparametern abhängen.

Die relative Empfindlichkeit der angepassten Impedanz gegenüber den einzelnen Parametern der D1- und CC2-Parametrisierung wurde im vorangegangenen Abschnitt mit Hilfe der Jacobimatrix untersucht, die aus der Inversion der Impedanzen hervorgeht. Anhand der Analyse der Spektralwertzerlegung der Jacobimatrix wird in diesem Abschnitt die Auflösbarkeit der Modellparameter analysiert.

Abbildung 6.10 veranschaulicht die V-Matrix und die diagonalen Einträge der S-Matrix, die aus der Anpassung der Impedanzmessung (Wenner-Konfiguration mit $a = 1$ m) im Seitensollen unterhalb des Zugspitzekamms hervorgeht. Auf der linken Seite befinden sich Matrizen, die Informationen über den Realteil der angepassten Impedanz enthalten, V_{re} und $\text{diag}(S_{re})$. Rechts befinden sich entsprechende Matrizen des Imaginärteils, V_{im} und $\text{diag}(S_{im})$. Ihre Einträge sind auf eine Nachkommastelle gerundet, indem Nachkommastellen kleiner als vier Hundertstel und größer als fünf Hundertstel aufgerundet werden.

In Teilabbildung 6.10 (a) wird die V_{re} -Matrix der Anpassung mit einfacher Debye-Parametrisierung gezeigt. Die Spalten der Matrix sind auf der linken Seite mit den Modellparametern beschriftet, die logarithmiert in die Anpassung der gemessenen Impedanz eingehen. Aus ihnen geht hervor, dass folgende Parameterkombinationen gemeinsam aufgelöst werden:

1. $\frac{1}{\epsilon_{DC}} \cdot \tau \cdot \rho_{DC}$

2. $\frac{1}{\epsilon_{HF}} \cdot \frac{1}{\rho_{DC}}$

3. $\frac{1}{\rho_{DC}} \cdot \epsilon_{HF}$

4. $\tau \cdot \epsilon_{DC}$

5. h

Die Parameter sind in absteigender Reihenfolge nach ihrer relativen Stärke gegenüber den anderen Parametern aus der Kombination sortiert, in der sie in die Parameterkombination eingehen. Die V_{re} -Matrix zeigt, dass alle Variablen der D1-Parametrisierung aufgelöst werden, wobei jeder Parameter einmal mit der größten relativen Stärke in einer Parameterkombination steht.

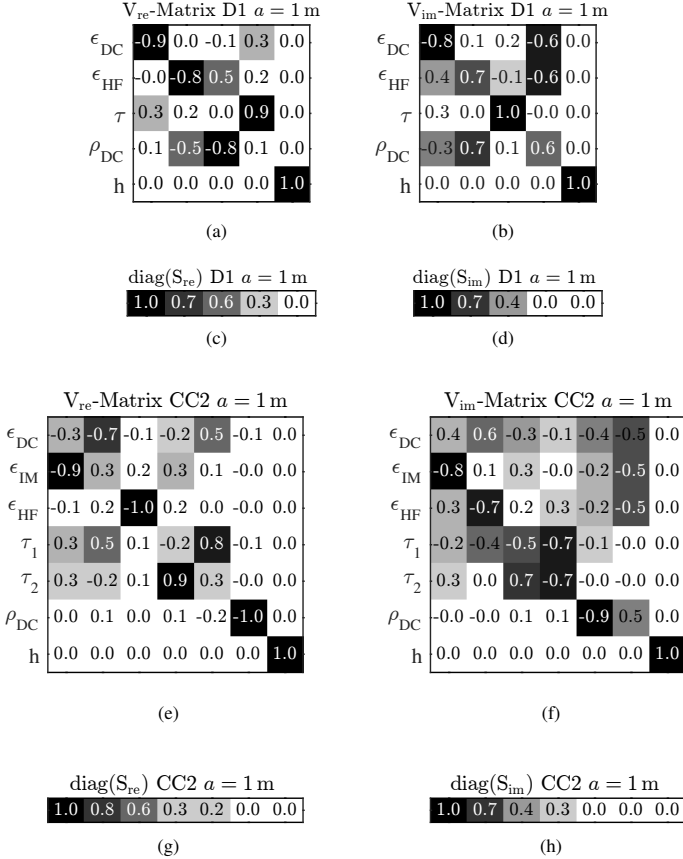


Abbildung 6.10: Spektralwertzerlegung von Anpassungen mit einfach Debye-parametrisierter (D1) und zweifach Cole-Cole-parametrisierter (CC2) effektiver relativer Permittivität der Messung im Zugspitze Seitenstollen mit dem Elektrodenabstand $a = 1$ m. In der linken Spalte sind Zerlegungen der partiellen Ableitungen des Realteils der angepassten Impedanz J_{re} gezeigt. In der rechten Spalte sind Zerlegungen der partiellen Ableitungen des Imaginärteils der angepassten Impedanz J_{im} gezeigt. (a) - (d) V- und S-Matrix der Anpassung mit D1-Parametrisierung. (e) - (h) V- und S-Matrix der Anpassung mit CC2-Parametrisierung.

Eine Aussage darüber, wie gut die verschiedenen Parameterkombinationen aufgelöst werden, liefern die Einträge der normierten Diagonalmatrix S_{re} in Teilabbildung 6.10 (c). Die erste Spalte von V_{re} entspricht dem Eigenvektor mit der größten Quadratwurzel des normierten Eigenwertes in $\text{diag}(S_{re})$. Die erste Parameterkombination $\frac{1}{\epsilon_{DC}} \cdot \tau \cdot \rho_{DC}$ ist am

besten aufgelöst und die letzte am schlechtesten. Wenn die Quadratwurzel des Eigenwerts Null beträgt, dann ist der dazugehörige Parameter nicht aufgelöst. Die scheinbare Elektrodenhöhe h ist deshalb nicht aufgelöst.

Aus V_{im} in Teilabbildung 6.10 (b) und S_{im} in (d) geht hervor, dass folgende Parameterkombinationen bestimmbar sind:

1. $\frac{1}{\epsilon_{DC}} \cdot \epsilon_{HF} \cdot \left(\frac{\tau}{\rho_{DC}} \right)$
2. $\rho_{DC} \cdot (\epsilon_{HF} \cdot \epsilon_{DC})$
3. $\tau \cdot \epsilon_{DC} \cdot \left(\frac{\rho_{DC}}{\epsilon_{HF}} \right)$
4. $\rho_{DC} \cdot \left(\frac{1}{\epsilon_{DC} \cdot \epsilon_{HF}} \right)$
5. h

Dabei ist wieder die erste Parameterkombination am besten aufgelöst, gefolgt von der zweiten und dritten Kombination. Die beiden letzten Kombinationen werden nicht aufgelöst, weil die Quadratwurzeln der Eigenwerte aus $\text{diag}(S_{im})$ in Teilabbildung S_{im} in (d) gerundet Null betragen. Wenn mehrere Parameter innerhalb der Kombination in umklammerten Produkten oder Quotienten aufgeführt sind, dann gehen sie in derselben Stärke in die Parameterkombination ein.

In Abbildung 6.10 (e) bis (h) ist die Spektralwertzerlegung gezeigt, wenn die Anpassung der Messung aus dem Seitenstollen unterhalb des Zugspitzekamms in Wenner-Konfiguration mit dem Elektrodenabstand $a = 1$ m durch das zweifache Cole-Cole-Modell (CC2) erfolgt. Auf die Darstellung der Frequenzexponenten wird verzichtet, da sie Eins betragen oder nah bei Eins liegen $c_1 = 1$ und $c_2 = 0,9$ (Tabelle 6.3). Aus der V_{re} -Matrix in Teilabbildung 6.10 (e) geht hervor, dass die folgenden Parameterkombinationen gemeinsam aufgelöst werden:

1. $\frac{1}{\epsilon_{IM}} \cdot \left(\frac{\tau_1 \cdot \tau_2}{\epsilon_{DC}} \right)$
2. $\frac{1}{\epsilon_{DC}} \cdot \tau_1 \cdot \frac{1}{\epsilon_{IM}} \cdot \left(\frac{\epsilon_{HF}}{\tau_2} \right)$
3. $\frac{1}{\epsilon_{HF}} \cdot \epsilon_{IM} \cdot \frac{1}{\epsilon_{DC}}$
4. $\tau_2 \cdot \epsilon_{IM} \cdot \frac{1}{\epsilon_{DC} \cdot \tau_1}$
5. $\tau_1 \cdot \epsilon_{DC} \cdot \tau_2$
6. ρ_{DC}
7. h

Die Reihenfolge, in der die einzelnen Parameter in den Kombinationen auftreten entspricht wieder der relativen Stärke, in der sie in die Kombination eingehen. Aus $\text{diag}(S_{re})$ geht hervor, dass neben der scheinbaren Elektrodenhöhe h der niederfrequente Grenzwert

des spezifischen Widerstandes ρ_{DC} nicht aufgelöst ist, da die gerundeten Quadratwurzeln der Eigenwerte Null betragen.

Dass die Sensitivität gegenüber ρ_{DC} gering ist, wurde bereits anhand der Analyse der Jacobimatrix im vorangegangenen Abschnitt festgestellt. Auch im Imaginärteil der invertierten Impedanz ist ρ_{DC} nicht aufgelöst (Abbildung 6.10 (f) und (h), Spalte 6). Hierin besteht der wesentliche Unterschied zur Anpassung mit der einfach Debye-parametrisierten effektiven relativen Permittivität, in der ρ_{DC} ein relativ starker und gut aufgelöster Parameter ist. Weshalb ρ_{DC} bei gleicher Wahl der Startwerte unterschiedlich stark in die beiden Anpassungen der Impedanz eingeht, ist ungeklärt.

Im Vergleich zur Spektralwertzerlegung der Anpassung von Labormessungen, mit denen die Impedanz von trockenem heterogenem Sand untersucht wurde (Kapitel 5, Abschnitt 5.2.4, Abbildung 5.8), werden alle Modellparameter der D1-Parametrisierung aufgelöst. Eine offensichtliche Überparametrisierung der Impedanz, wie in der Auswertung der Labormessungen, liegt nicht vor. Dabei sind insbesondere ϵ_{DC} , ϵ_{HF} und ρ_{DC} in der D1-Parametrisierung die wichtigen Modellparameter, während die scheinbare Elektrodenhöhe h nicht aufgelöst wird.

Die Befürchtung, die wahren Elektrodenhöhen könnten die Bestimmung der effektiven relativen Permittivität aus Impedanzmessungen mit kapazitiver Ankopplung beeinträchtigen oder verhindern, scheint in diesem Beispiel unbegründet zu sein.

Aus theoretischen Überlegungen ging hervor, dass der Einfluss der Elektrodenhöhen durch die Dispersion der effektiven relativen Permittivität von Eis stark abnimmt (Kapitel 3, Abschnitt 3.4). Wünschenswert wäre jedoch eine besser aufgelöste scheinbare Elektrodenhöhe. Die schlechte Auflösbarkeit kann auch interpretiert werden als Hinweis darauf, dass die scheinbare Elektrode für die Anpassung gemessener Impedanzen im Allgemeinen irrelevant ist, was nicht mit den theoretischen Überlegungen vereinbar wäre.

6.1.3 Zusammenfassung im Hinblick auf weitere Feldmessungen

Neben den hier vorgestellten Impedanzspektren, die in einem Seitenstollen unterhalb des Zugspitzekamms gemessen wurden, wurden im Hauptstollen 46 weitere Impedanzspektren gemessen (Abschnitt 6.1, 6.2, in Richtung *gallery exit*).

Auf dem Boden des Stollens hat sich ähnlich wie im Seitenstollen Eis gebildet, das untersucht werden sollte. Der Stollen ist mit einer starken Steigung angelegt und es hat sich gezeigt, dass Messungen mit den verwendeten kapazitiv angekoppelten Elektroden nicht möglich sind, da sie aufgrund zu kleiner Reibung zwischen dem Untergrund und der Elektrodenoberfläche nicht in einer festen Konfiguration ausgelegt werden konnten. Einen weiteren verbesserungswürdiger Aspekt ist die räumliche Ausdehnung des Messortes. Durch die Nähe der Wände des Stollens zum untersuchten Untergrund kann nicht ausgeschlossen werden, dass diese einen Effekt auf die 4-Punkt-Messungen ausüben ($\rho = (30..85) \text{ k}\Omega$, Krautblatter et al. (2010)). Außerdem entspricht die Dicke der Eisschicht auf der die Messungen stattfanden in etwa der Eindringtiefe der Untersuchungen. Die Auswahl des nächsten Messortes wird daher nach der Ebenheit des Untergrundes und einer nach Möglichkeit großen räumlichen Ausdehnung der vorliegenden Eisschicht ausgewählt, damit für die Datenanpassung mit weniger Bedenken ein homogener Halbraum verwendet werden kann.

6.2 Feldmessung auf dem gefrorenen See Prestvannet (Tromsø/Norwegen)

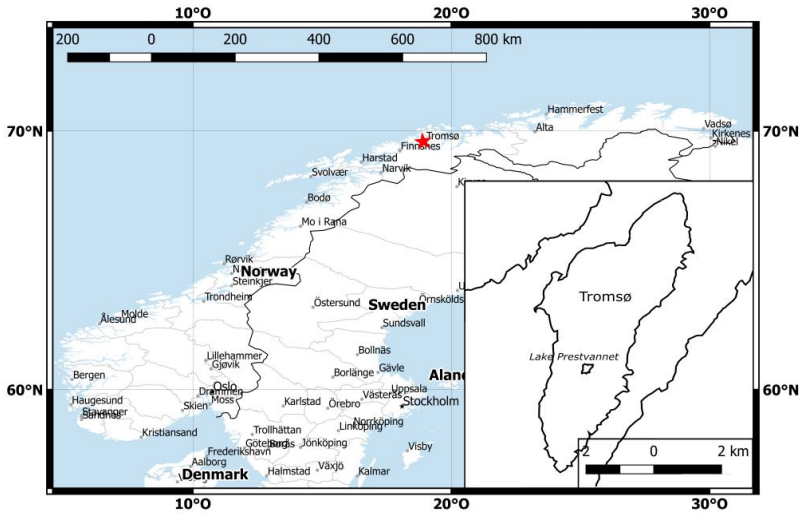
Der See Prestvannet ($69^{\circ} 39' 33'' \text{N}$ $18^{\circ} 56' 9'' \text{E}$, 96 m a.s.l.) befindet in der Mitte der Insel Tromsøya der Stadt Tromsø in Nord Norwegen (Abbildung 6.11 (a)). Der See wurde 1867 künstlich in einer Moorlandschaft angelegt und diente bis 1921 als Wasserreservoir. Seitdem steht er unter Naturschutz und ist das Habitat einer Vielzahl von Vögeln (yr.no). Die räumliche Ausdehnung des Sees beträgt 400 m von Norden nach Süden und 300 m von Westen nach Osten (Abbildung 6.11 (b)).

In Abbildung 6.11 (b) sind drei Torfinseln eingezeichnet. Die Anzahl der Inseln variiert von Jahr zu Jahr. Ursache dafür sind Bakterien, die im See organisches Material zersetzen. Es entstehen Gase, die den Auftriebsprozess der Torfinseln verursachen. Das Wasser des Sees ist aufgrund der Lage im Moor stark mit organischem Material angereichert (beispielsweise Ammonium, Nitrat, Stickstoff, Phosphat). Eine Messung der Wasserqualität im August 2015 (memim.com/prestvannet.html) hat eine hohe Konzentration von Phosphat ergeben. Als Phosphat werden Salze der Phosphorsäure (H_3PO_4) bezeichnet (Bordonsky et al., 2002).

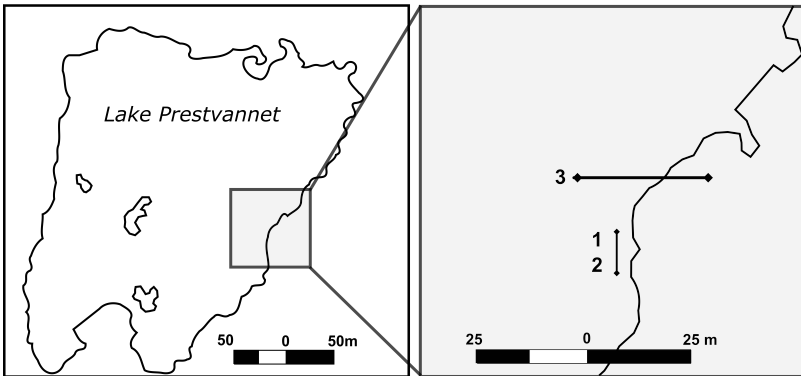
Diese Salze gehen eine chemische Verbindung mit den Wassermolekülen ein (Hobbs, 2010) und verändern das Dispersionsspektrum der effektiven relativen Permittivität im Vergleich zu reinem Wasser oder reinem Eis. Sie werden während Laboruntersuchungen gezielt eingesetzt, um den Unterschied zu reinem Wasser oder Eis zu untersuchen (u.a. Seshadri et al., 2008). Ursache für den hohen Phosphorgehalt ist, neben der Lage des Sees in einer Moorlandschaft, die große Vogelpopulation, welche den See durch ihre Ausscheidungen mit Phosphor anreichert.

Der vergrößerte Ausschnitt der Karte in Teilabbildung (b) zeigt die beiden Messorte, an denen das Chameleon-System auf Basis kapazitiv angekoppelter Elektroden eingesetzt wurde. Beide Profile befinden sich in der Nähe der östlichen Uferzone. Messung 1 umfasst mehrere Testmessungen, die auf dem Eis des Sees stattgefunden haben. Messung 2 ist eine Tiefensondierung, die am selben Ort wie die Testmessungen durchgeführt wurden. Messung 3 ist eine Messung zur Untersuchung der lateralen Änderung zwischen der schneebedeckten Uferzone im Osten und des gefrorenen Sees im Westen.

6.2 Feldmessung auf dem gefrorenen See Prestvannet (Tromsø/Norwegen)



(a)



(b)

Abbildung 6.11: Übersichtskarten zur Feldmessung in Tromsø/Nord Norwegen auf dem gefrorenen See Prestvannet im April 2015. (a) Karte von Norwegen (erstellt mit QGIS 2.16.2 Nødebo; Koordinatensystem: EPSG 27396 (NGO 1948 (Oslo) / NGO zone VI))). Der Detailausschnitt der Insel Tromsøya. In der Mitte der Insel liegt der See Prestvannet, auf dem die Messungen statt fanden. (b) Vergrößerte Ansicht vom See Prestvannet und Detailansicht der drei Orte, an denen die Messreihen 1,2 und 3 durchgeführt wurden. In der südlichen Hälfte des Sees befinden sich drei Torfinseln.

6.2.1 Testmessungen zur Ermittlung einer geeigneten Messkonfiguration

Zunächst wurden auf dem gefrorenen See Probemessungen durchgeführt, um für die darauf folgenden Untersuchungen geeignete Messkonfigurationen zu ermitteln. Durchgeführt wurden die Messungen auf Profil 1,2 (Abbildung 6.11 (b)). Während der Tests wurden verschiedene Komponenten variiert, die für die Anwendung des Chameleon-Systems benötigt werden. Eingesetzt wurden dabei unterschiedliche

- Vorverstärker (Abschnitt 6.2.1.1),
- Elektrodengrößen (Abschnitt 6.2.1.2) und
- Elektrodenarten (Abschnitt 6.2.1.3)

6.2.1.1 Vorverstärker

Die erste Probemessung wurde unter Verwendung von zwei verschieden starken Vorverstärkern oder Probes durchgeführt (Abbildung 6.12). Die Probes wurden mit 10 cm langen Kabeln nah an die kapazitiv angekoppelten Potential-Elektroden platziert. Durch die Verstärkung der Potentialmessung wird eine Verbesserung des Signal-Rausch-Verhältnisses angestrebt. Umso größer der Widerstand der Probe ist, desto größer ist die Verstärkung des gemessenen Signals.



Abbildung 6.12: Probes P1, P2, P3 und P4, die als Vorverstärker direkt an den Potential-elektroden platziert werden.

Die Messung wurde in der folgenden Konfiguration durchgeführt

- Wenner-Anordnung $a = 1$ m, beziehungsweise $K = 6,3$ m,
- große quadratische Elektroden mit der Seitenlänge $b = 0,27$ m und
- variierende Vorverstärker 100k Ω -Probes und 1 G Ω -Probes an den Potentialelektroden.

Die Impedanzspektren der Messungen mit 100k Ω -Probes und 1 G Ω -Probes werden in Abbildung 6.13 gezeigt. Die Beträge sind in Teilabbildung (a) doppelt-logarithmisch über der Frequenz zwischen 1 Hz und 240 kHz dargestellt. Die beiden Spektren unterscheiden sich deutlich voneinander.

Das Betragsspektrum der 100k Ω -Probes (weiß gefüllte Kreise) weist im niedrigen Frequenzbereich zwischen 1 Hz und 300 Hz mit steigender Impedanz steigende Beträge auf. Dieses Dispersionsverhalten wird nicht durch die analytischen Lösung der kapazitiv angekoppelten 4-Punkt-Impedanz erklärt. Weder durch eine konstante komplexe relative Permittivität, noch durch Parametrisierung mit Debye- oder Cole-Cole-Modellen.

Ab 1 kHz sinken die Beträge mit steigender Frequenz. Im Vergleich zur Messung mit den 1 G Ω -Probes stellt sich nahezu im gesamten Frequenzband ein Versatz in Richtung niedrigerer Beträge ein.

Die Messung mit den 1 G Ω -Probes zeigt im gesamten Frequenzband ein Dispersionsverhalten, das qualitativ erwartet wird, wenn Impedanzen auf Basis einer kapazitiv angekoppelten 4-Punkt-Anordnung bestimmt werden. Zwischen 1 Hz und 300 Hz sind die Beträge konstant und fallen danach mit steigender Frequenz ab.

Teilabbildung (b) zeigt entsprechende Phasen in logarithmischer Auftragung über der Frequenz. Die Phasen der Messung mit den 100k Ω -Probes (weiß gefüllte Kreise) streuen zwischen 1 Hz und 10 Hz stark. Bei steigender Frequenz weisen die beiden Spektren eine große Übereinstimmung auf.

In Teilabbildungen (c) und (d) sind die Vertrauensbereiche der Messung aufgetragen. Verglichen mit Betrag und Phase der Spektren sind die Vertrauensbereiche relativ klein (Fehlerbalken in Teilabbildungen (a) und (b)). Bis 50 Hz sind die Vertrauensbereiche von Betrag und Phase der Messung mit den 100k Ω -Probes (weiß gefüllte Dreiecke) deutlich größer, als unter der Verwendung von den 1 G Ω -Probes (grau gefüllte Dreiecke). Oberhalb von $f = 100$ Hz ist kein Unterschied erkennbar.

Die Impedanzspektren in Abbildung 6.13 zeigen, dass der Messbereich unter Verwendung der 1 G Ω -Probes im niedrigen Frequenzbereich um eine Dekade erweitert wird. Besonders bei niedrigen Messfrequenzen sind Messungen mit kapazitiv angekoppelten Elektroden störanfällig. Die Ursache sind große Übergangsimpedanzen (Kapitel 4, Abschnitt 4.2). In dem Fall ist die Stromeinkopplung in den Untergrund gering. Das gemessene Potential ist folglich auch klein. Bei niedrigen Signalen haben jeweils kleine Änderungen von Strom und Spannung größere Effekte auf das gemessene Impedanzspektrum. Der Effekt macht sich insbesondere in der Phase bemerkbar.

Nach dieser Testmessung mit den 100k Ω -Probes wurden ausschließlich die 1 G Ω -Probes verwendet, um dadurch den Messbereich in Richtung niedriger Frequenzen zu erweitern.

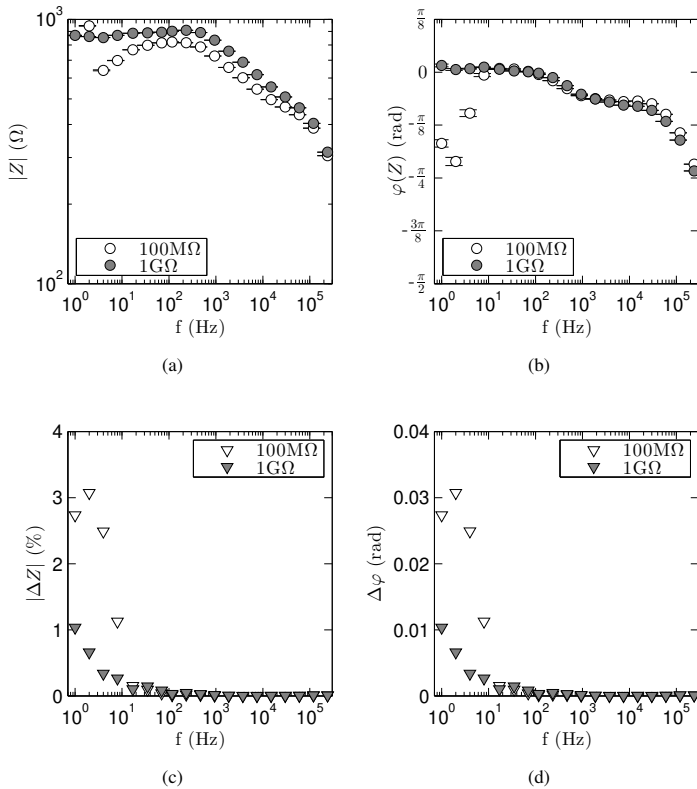


Abbildung 6.13: (a) Betrag der auf dem gefrorenen See gemessenen Impedanz (Abbildung 6.11, Profil 1,2 in Wenner-Konfiguration mit $a = 1\text{ m}$) unter der Verwendung zwei verschiedener Proben mit $100\text{M}\Omega$ (weiß gefüllte Symbole) Widerstand und $1\text{G}\Omega$ (grau gefüllte Symbole), doppelt-logarithmisch über der Frequenz aufgetragen. (b) Entsprechende Phase in logarithmischer Auftragung. (c) Vertrauensbereiche vom Betrag. (d) Vertrauensbereiche der Phase.

6.2.1.2 Elektrodengröße

In der Kapazitiven Geoelektrik ist die Wahl der Elektrodengröße durch zwei konkurrierende Bedingungen eingeschränkt. Einerseits gelingt die Ankopplung an den Untergrund umso besser, desto größer die Oberfläche der der kapazitiv angekoppelten Elektroden ist (Kapitel 4, Abschnitt 4.2, Gleichung 4.10).

Andererseits werden die Elektroden in der Herleitung der Impedanz einer kapazitiv angekoppelten 4-Punkt-Anordnung als Punkte genähert (Kapitel 2, Abschnitt 2.3). Deshalb wird für die Seitenlänge b der Elektroden gefordert, dass sie kleiner als der Elektro-

denabstand a sein soll.

Um zu untersuchen, ob die Fläche der Elektroden einen Effekt auf die Impedanz ausübt, wurde die Messung aus Abschnitt 6.2.1.1 unter der Verwendung kleiner kapazitiv angekoppelten Elektroden mit einer Kantenlänge von $b = 0,09\text{ m}$ wiederholt, so dass davon ausgegangen wird, dass die zweite Bedingung mit $a = 1\text{ m} > b = 0,09\text{ m}$ erfüllt ist. Das auf diese Weise gemessene Impedanzspektrum wird für eine Messung unter Verwendung größerer Elektroden ($b = 0,27\text{ m}$) als Referenz verwendet.

Für die Testmessung zur Untersuchung von Effekten der Elektrodengröße auf die Impedanz wurden folgende Einstellungen verwendet:

- Wenner-Anordnung $a = 1\text{ m}$, beziehungsweise $K = 6,3\text{ m}$,
- Vorverstärker 1 G Ω -Probes an den Potentialelektroden und
- variierende quadratische Elektroden mit $b = 0,27\text{ m}$ und $b = 0,09\text{ m}$ Seitenlänge.

Abbildung 6.14 zeigt jeweils eine der verwendeten kapazitiv angekoppelnden Elektroden mit unterschiedlicher Seitenlänge. In Teilabbildung (a) befindet sich eine Stromelektrode mit Seitenlänge $b = 0,09\text{ m}$. Teilabbildung (b) zeigt die größere Variante mit Seitenlänge $b = 0,27\text{ m}$.

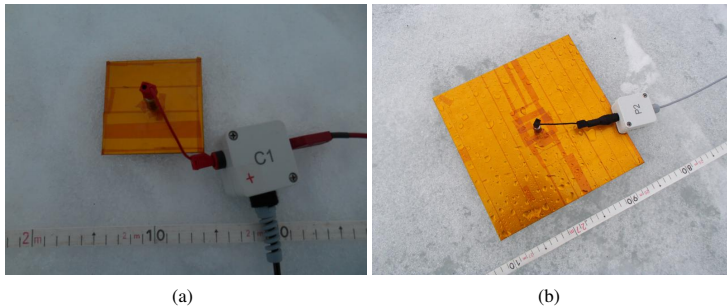


Abbildung 6.14: Elektroden mit verschieden großer Oberfläche, die für die Testmessung auf dem gefrorenen See Prestvannet (Abbildung 6.11, Profil 1,2) verwendet wurden. (a) Kleine Elektrode zur kapazitiven Ankopplung mit $0,09\text{ m}$ Seitenlänge. (b) Große Elektrode mit $0,27\text{ m}$ Seitenlänge.

Abbildung 6.15 zeigt die Ergebnisse von Impedanzmessungen mit verschiedenen großen kapazitiv angekoppelten Elektroden. Beträge sind in Teilabbildung (a) doppelt-logarithmisch über der Frequenz zwischen $f = 1\text{ Hz}$ und $f = 240\text{ kHz}$ aufgetragen. Die übrigen Messungen der Phase, und die frequenzabhängigen Konfidenzintervalle von Betrag und Phase sind in (b) bis (d) logarithmisch dargestellt.

Teilabbildungen (a) und (b) zeigen, dass während der Messung von Betrag und Phase die verschiedenen Elektrodengrößen mit Seitenlängen von $b = 0,09\text{ m}$ (weiß gefüllte Symbole) und $b = 0,27\text{ m}$ (grau gefüllte Symbole) nur schwach zum Tragen kommen.

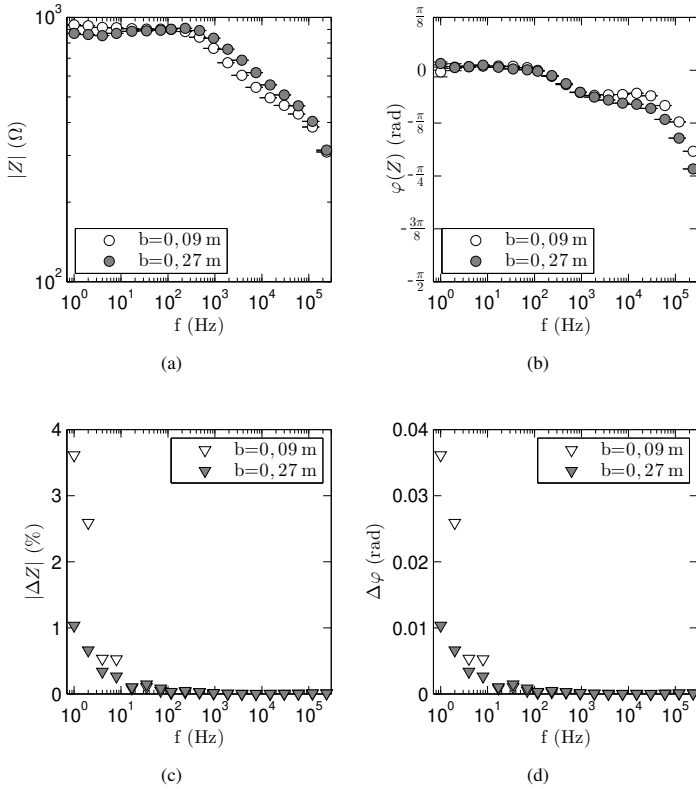


Abbildung 6.15: (a) Betrag der auf dem gefrorenen See gemessenen Impedanz (Abbildung 6.11, Profil 1,2 in Wenner-Konfiguration mit $a = 1$ m) unter der Verwendung verschiedener Elektrodengrößen mit Seitenlängen von $b = 0,09$ m und $b = 0,27$ m, doppelt-logarithmisch über der Frequenz aufgetragen. (b) Entsprechende Phase in logarithmischer Auftragung. (c) Vertrauensbereiche vom Betrag. (d) Vertrauensbereiche der Phase.

In Teilabbildungen (c) und (d) sind entsprechende Konfidenzintervalle aufgetragen. Verglichen mit Betrag und Phase der gemessenen Impedanz sind die Konfidenzintervalle im gesamten Frequenzbereich relativ klein (Fehlerbalken in Teilabbildungen (a) und (b)). Unterhalb von $f = 10$ Hz sind sie jedoch für Betrag und Phase, wenn die kleineren Elektroden (weiß gefüllte Dreiecke) zum Messen verwendet werden, deutlich größer als unter der Verwendung der größeren Elektroden (grau gefüllte Dreiecke). Ab 18 Hz ist kein Unterschied erkennbar.

Für die Referenzmessung wurde oben angenommen, dass die Größe der Elektroden hinreichend klein gegenüber dem Elektrodenabstand ist. Das Impedanzspektrum, welches unter dem Einsatz der großen Elektroden mit Seitenlängen von $b = 0,27$ m gemessen wur-

de, ist kaum von der Referenzmessung mit kleineren Elektroden unterscheidbar. Daher wird davon ausgegangen, dass auch die größeren Elektroden gegenüber dem Elektrodenabstand hinreichend klein sind.

Da die Konfidenzintervalle der Messungen mit großen Elektroden im Vergleich zur Messung mit kleinen Elektroden im niedrigen Frequenzbereich bis $f = 18\text{ Hz}$ halbiert sind, werden für die folgenden Messungen ausschließlich große Elektroden in Kombination mit den $1\text{ G}\Omega$ -Probes verwendet.

Darüber hinaus scheint die Ankopplung mit verschiedenen großen Elektrodenflächen keinen großen Einfluss auf die Impedanzmessung zu nehmen, obwohl die Beträge der Übergangsimpedanzen bei $f = 100\text{ Hz}$ und einer Elektrodenhöhe von $h = 10^{-4}\text{ m}$ um eine Größenordnung variieren, wenn Eis ($\epsilon_{DC} = 80$, $\epsilon_{HF} = 4$, $\tau = 2 \cdot 10^{-5}\text{ s}$ und $\rho_{DC} = 10^7\text{ }\Omega\text{m}$; Kapitel 3, Abschnitt 3.3.1, Gleichung (3.8)) als Untergrund angenommen wird. Die Übergangsimpedanz der größeren Elektrode mit einer Seitenlänge von $d = 0,27\text{ m}$ beträgt $|Z_C| = 3,8 \cdot 10^4\text{ }\Omega$. Die der kleineren Elektrode mit $d = 0,09\text{ m}$ beträgt $|Z_C| = 1,1 \cdot 10^5\text{ }\Omega$ (Kapitel 4, Abschnitt 4.2, Gleichung (4.10)). Die Phasen liegen aufgrund der großen elektrischen Parameter des Untergrundes und der nicht vernachlässigbaren Elektrodenhöhe bei $\varphi = -\pi/2\text{ rad}$ und sind identisch.

6.2.1.3 Kapazitive und galvanische Ankopplung

Im vorangegangenen Abschnitt wurde festgestellt, dass die Seitenlänge b von kapazitiv angekoppelten Elektroden bei Verkleinerung von $0,27\text{ m}$ auf $0,09\text{ m}$ keinen signifikanten Einfluss auf die gemessene Impedanz ausübt.

Im nächsten Schritt wird die Fläche zur Ankopplung an den Untergrund weiterhin verkleinert. Stromeinspeisung und Potentialmessung erfolgen wie in der Gleichstrom-geoelektrik über Stabelektroden, die im Gegensatz zu den hier verwendeten kapazitiv ankoppelnden Elektroden im direkten elektrischen Kontakt zum Untergrund stehen und damit galvanisch ankoppeln.

In Kapitel 2, Abschnitt 2.7.1 wurde bei vernachlässigbaren Elektrodenhöhen ($h \rightarrow 0\text{ m}$) und Höhenfaktoren ($H \rightarrow 1$) eine Analogie zwischen der Kapazitiven Geoelektrik und der Gleichstromgeoelektrik vorgestellt. Wenn darüber hinaus die Messfrequenz klein ist $f \rightarrow 1\text{ Hz}$, dann sollten theoretisch Impedanzmessungen der Kapazitiven Geoelektrik und der Gleichstromgeoelektrik übereinstimmen. Wie groß dafür die Messfrequenz in der Praxis sein darf, wenn Impedanzen mit dem Chameleon-System gemessen werden, ist noch nicht bekannt.

Die Messungen zum Vergleich zwischen kapazitiv und galvanisch angekoppelten Elektroden wurden in folgender Konfiguration durchgeführt:

- Wenner-Anordnung mit $a = 2\text{ m}$, beziehungsweise $K = 12,6\text{ m}$,
- $1\text{ G}\Omega$ -Probes an den Potentialelektroden,
- quadratische Elektroden mit $0,27\text{ m}$ Seitenlänge und
- mit galvanisch angekoppelten und kapazitiv angekoppelten Elektroden.

Abbildung 6.16 (a) zeigt den Messaufbau mit kapazitiv angekoppelten Elektroden. In Teilabbildung (b) ist die Konfiguration mit galvanischen Elektroden abgebildet. Teilabbil-

dung (c) zeigt eine galvanisch ankoppelnde Potential-Elektrode im Detail. Für die Testmessung mit galvanischer Ankopplung wurden 8 cm-lange Schrauben aus Stahl mit 6 mm Durchmesser in das Eis gedreht.

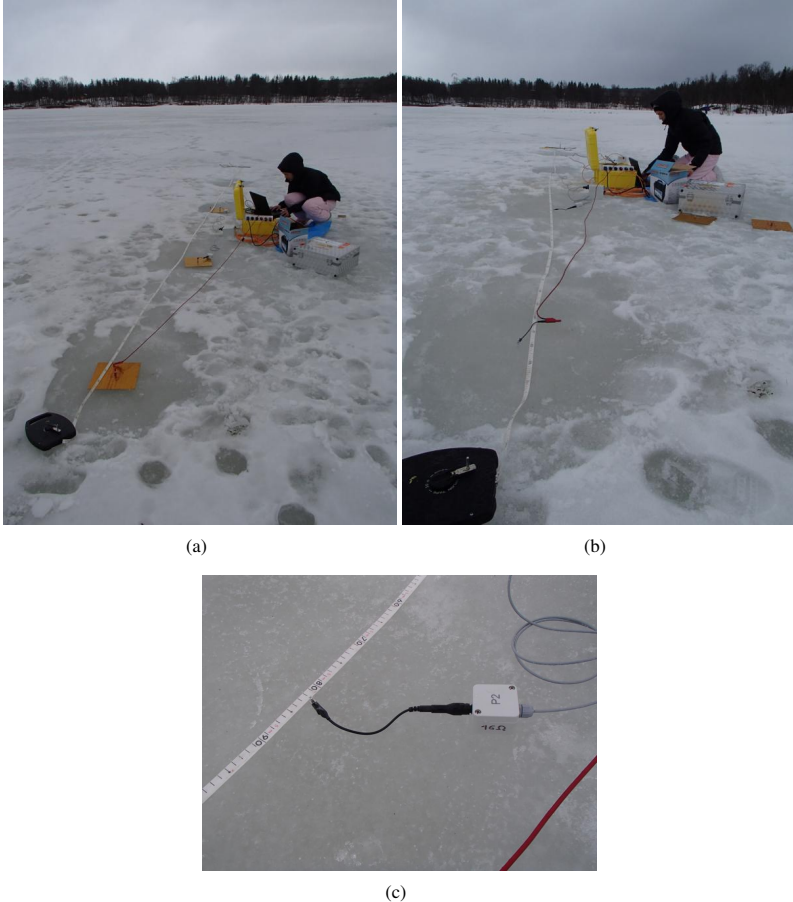


Abbildung 6.16: (a) Aufbau der Messung mit kapazitiv angekoppelten Elektroden auf dem gefrorenen See Prestvannet (Abbildung 6.11, Profil 1,2). (b) Aufbau der Messung mit galvanisch angekoppelten Elektroden. (c) Eine galvanisch angekoppelte Potential-Elektrode.

Um eine möglichst große Vergleichbarkeit zwischen den beiden Messungen zu schaffen, wurde versucht den Gleichstromgeometriefaktor K (Kapitel 2, Abschnitt 2.6.1, Gleichung 2.74) während beider Messungen konstant zu halten, indem der Mittelpunkt der

kapazitiv ankoppelnden Elektroden im Rahmen der Möglichkeit über der Position der galvanisch ankoppelnden Elektroden platziert wurde.

Abbildung 6.17 (a) zeigt Beträge der Vergleichsmessung zwischen kapazitiv (grau gefüllte Kreise) und galvanisch angekoppelten Elektroden (weiß gefüllte Kreise) in doppelt-logarithmischer Auftragung über der Frequenz zwischen 1 Hz und 240 kHz. Zwischen 1 Hz und 10 kHz sind die beiden Spektren nahezu identisch (bei $f = 1$ kHz fehlt ein Spektralwert der Messung mit galvanischen Elektroden aufgrund eines Anwenderfehlers in der Initialisierungs-Datei).

Ab 10 kHz tritt ein Effekt unbekannten Ursprungs ein, der dazu führt, dass sich die beiden Spektren in Betrag und Phase unterscheiden. Der Unterschied beträgt jedoch maximal 100Ω und $0,2$ rad.

Die Konfidenzintervalle von Betrag und Phase (Teilabbildung (c) und (d)) sind unter Verwendung kapazitiv angekoppelter Elektroden zwischen 1 Hz und 10 Hz deutlich größer als die bei galvanischer Ankopplung.

Impedanzen, die mit dem Chameleon-System unter der Verwendung von kapazitiv und galvanisch ankoppelnden Elektroden gemessen wurden, sind bis zu einer Messfrequenz von 10 kHz näherungsweise identisch. Diese Beobachtung spricht erstens dafür, dass die Ausdehnung der kapazitiv angekoppelten Elektroden keine unerwünschten Effekte hervorruft und die realen Elektroden theoretisch als Punktelektroden beschreibbar sind. Zweitens liefern die Kapazitive Geoelektrik und die Gleichstromgeoelektrik in einem größeren Frequenzbereich identische Impedanzen als vermutet, da die Gleichstromgeoelektrik mit Frequenzen bis zu $f \approx 10$ Hz angewendet wird. Anders herum formuliert sind Messungen mit Stabelektroden bis in den kHz-Bereich möglich, wenn das Messgerät die dafür erforderlichen Kriterien erfüllt (Kapitel 4).

Zwischen $f = 10$ kHz und $f = 240$ kHz weichen die beiden Spektren wesentlich deutlicher voneinander ab als unterhalb $f = 10$ kHz. Ob die Impedanzmessung mit galvanischer oder die mit kapazitiver Ankopplung von einem störenden Effekt beeinflusst wird, ist unklar. Es kann auch in Betracht gezogen werden, dass beide Messungen von einem Effekt betroffen sind, der sich auf eines der Spektren stärker auswirkt.

Für die Interpretation der Abweichung beider Impedanzspektren werden offensichtliche Unterschiede während der beiden Messungen herangezogen. Dazu zählt erstens die Übergangsimpedanz der verschiedenen Elektroden und zweitens die Art der Ankopplung an den Untergrund. Der Übergangswiderstand (Kapitel 4, Abschnitt 4.2, Gleichung (4.10)), der während der Stromeinspeisung von den Elektroden gegenüber der Oberfläche des gefrorenen Sees überwunden werden muss, ist für beide Elektrodenarten unterschiedlich groß, da er von der Fläche der Elektroden abhängt. Wenn für den gefrorenen See die Debye-Parameter $\epsilon_{DC} = 100$, $\epsilon_{HF} = 10$, $\tau = 2 \cdot 10^{-5}$ s und $\rho_{DC} = 10^5 \Omega\text{m}$ angenommen werden und alle Elektrodenhöhen auch für die kapazitiv angekoppelten Elektroden gegen Null gehen $h \rightarrow 0$ m und für den äquivalenten Kreisradius der Elektroden jeweils $r_{El,kap} = 0,15$ m und $r_{El,gal} = 0,01$ m in Gleichung (4.10) eingesetzt werden, dann betragen die Übergangswiderstände der Elektroden näherungsweise bei $f = 10$ Hz:

$$\begin{aligned} |Z_{C,kap}| &= 38\text{ k}\Omega & \varphi(Z_{C,kap}) &= -\pi/2 \\ |Z_{C,gal}| &= 572\text{ k}\Omega & \varphi(Z_{C,gal}) &= -\pi/2 \end{aligned}$$

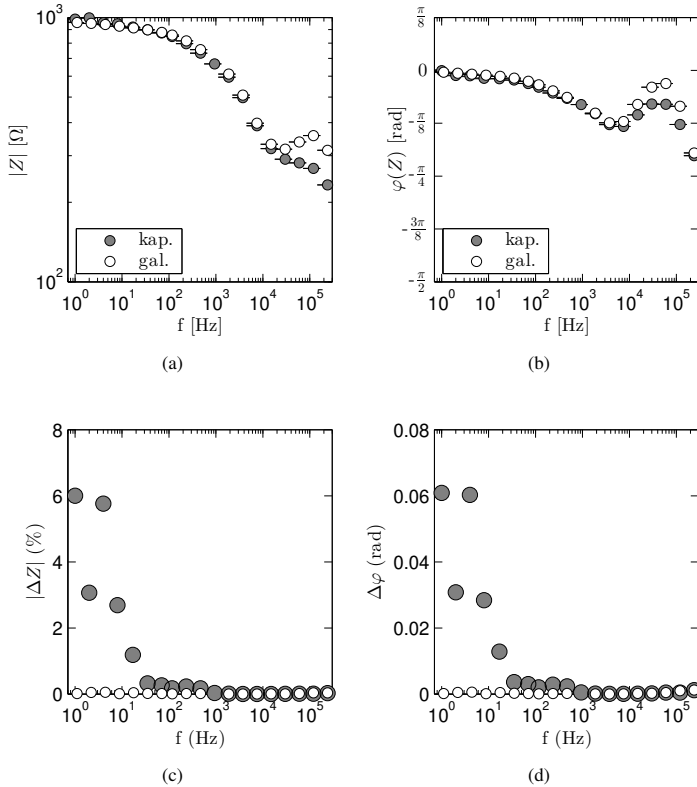


Abbildung 6.17: (a) Betrag der auf dem gefrorenen See gemessenen Impedanz (Abbildung 6.11, Profil 1,2 in Wenner-Konfiguration mit $a = 2$ m) unter Verwendung kapazitiv (grau gefüllte Symbole) und galvanisch (weiß gefüllte Symbole) angekoppelter Elektroden, doppelt-logarithmisch über der Frequenz aufgetragen. (b) Entsprechende Phase der gemessenen Impedanz in logarithmischer Auftragung. (c) Vertrauensbereiche des Betrags. (d) Vertrauensbereiche der Phase.

Bei $f = 100\text{kHz}$:

$$\begin{aligned} |Z_{C,kap}| &= 0,4\,\Omega & \varphi(Z_{C,kap}) &= -\pi/2 \\ |Z_{C,gal}| &= 6\,\Omega & \varphi(Z_{C,gal}) &= -\pi/2 \end{aligned}$$

Die Beträge der Übergangswiderstände nehmen mit steigender Frequenz ab, weshalb Auswirkungen durch Übergangswiderstände im niederfrequenten Bereich erwartet werden. In solchen Fällen gibt es den Ansatz, Störungen durch kapazitive Kabelkopplungen zwischen den Kabeln und dem Untergrund zu erklären und zu kompensieren (Radić und Klitzsch, 2012). Genau bei der Frequenz, in der die hier vorgestellten Spektren am stärksten voneinander abweichen, sind die Übergangsimpedanzen der verschiedenen Elektroden ähnlich groß und von geringem Betrag, weshalb die Übergangsimpedanzen und damit einhergehende kapazitive Kabelkopplung als Ursache für die unterschiedlichen Messungen zwischen $f = 10\text{kHz}$ und 240kHz ausgeschlossen werden können.

Unter der Verwendung von Messfrequenzen größer als $f = 10\text{Hz}$ kann induktive Kabelkopplung auftreten, wenn Wechselströme in den Kabeln zur Stromeinspeisung mit magnetischen Feldern einhergehen, die wiederum im Untergrund sekundäre Ströme induzieren (Kapitel 2, u.a. Abschnitt 2.1.2). Die induktive Kopplung macht sich bemerkbar, wenn die Messfrequenz, die Länge der verwendeten Kabel und die Leitfähigkeit des Bodens groß ist. In Kapitel 2, Abschnitt 2.1.2, wurde anhand der niedrigen Induktionszahl (Gleichung (2.32)) abgeschätzt, dass Induktion für Messfrequenzen, die mit dem Chameleon-System verwendet werden, für kleine Elektrodenauslagen und große spezifische Widerstände, theoretisch ausgeschlossen werden kann.

Kretzschmar (2001) hat im Rahmen umfangreicher Studien anhand von synthetischen Impedanzspektren gezeigt, dass unter galvanischer Ankopplung für Frequenzen zwischen 1kHz und 10kHz die Überlagerung einer 4-Punkt-Impedanz mit induktiver Kabelkopplung zu einem größeren Betrag und eine Phasenverschiebung in Richtung positiver Phasenwerte verursacht. Außerdem führen Induktionseffekte laut Kretzschmar (2001) dazu, dass sich Betrag und Phase der Impedanz in Abhängigkeit der Frequenz mit größerer Steigung ändern und dadurch weniger glatt verlaufen als ungestörte Spektren.

Dirks (1996) und Kuras (2002) schlagen im Zusammenhang zur Vermeidung von Induktionseffekten bei kapazitiv angekoppelten Impedanzmessungen eine galvanische Entkopplung der Elektroden vor, liefern dafür aber keine präzise Begründung. Laut Kuras (2002) führt die Vermeidung der Erdung durch galvanische Ankopplung in der Praxis dazu, dass das Potential der stromführenden Kabel über die gesamte Kabellänge konstanter ist als im galvanischen Fall und dadurch Kopplungseffekte klein gehalten werden. Andererseits werden in derselben Arbeit Impedanzmessungen vorgestellt, die bei galvanischem und galvanisch entkoppeltem Kontakt bei $f = 14,2\text{kHz}$ keine wesentlichen Unterschiede aufweisen. Dirks (1996) gibt die galvanische Entkopplung von Elektroden für kapazitive Impedanzmessungen als Bedingung für die Einhaltung der rotationsstromfreien quasistationären Näherung der Maxwell Gleichungen an (Kapitel 2, Abschnitt 2.1.2), in der Induktionsvorgänge ausgeschlossen werden.

Nach den Überlegungen kann die Übergangsimpedanz als Ursache für die Ungleichheit der beiden Spektren ab der Messfrequenz $f = 10\text{kHz}$ in Abbildung 6.17 ausgeschlossen werden.

Am wahrscheinlichsten liegt die Ursache für den Unterschied der beiden Impedanzspektren in der Art der Stromeinspeisung in den Untergrund. Das Impedanzspektrum,

welches mit galvanischer Ankopplung gemessen wurde, ist vermutlich (stärker) mit induktiven Kopplungseffekten überlagert und weicht deshalb zwischen $f = 10\text{kHz}$ und $f = 240\text{kHz}$ von dem Spektrum ab, welches mit galvanisch entkoppelten kapazitiven Elektroden gemessen wurde.

6.2.1.4 Zusammenfassung

Die Testmessungen mit dem Chameleon-System haben Folgendes ergeben:

- Der Einsatz von den $1\text{G}\Omega$ -Probes erweitert den Messbereich im Vergleich zu den $100\text{k}\Omega$ -Probes im niederfrequenten Bereich um eine Dekade.
- Die Verwendung großer Elektroden mit $0,27\text{m}$ Seitenlänge in kleinen Elektroden-Konfigurationen ($a = 1\text{m}$) ist unbedenklich, obwohl die räumliche Ausdehnung der Elektroden gegenüber der Elektrodenauslage nicht vernachlässigbar klein ist.
- Messungen mit galvanisch und kapazitiv angekoppelten Elektroden liefern bis zu einer Messfrequenz von $f = 10\text{kHz}$ vergleichbare Impedanzspektren. Abweichungen zwischen $f = 10\text{kHz}$ und $f = 240\text{kHz}$ werden möglicherweise durch induktive Kopplung verursacht.

Aufgrund dieser Ergebnisse werden die folgenden Messungen mit den $1\text{G}\Omega$ -Probes in Kombination mit den großen kapazitiv angekoppelten Elektroden mit $0,27\text{m}$ Seitenlänge durchgeführt.

6.2.2 1D-Tiefensondierung

Das Chameleon-System ist vorerst auf Impedanzmessungen in kleinen Elektrodenanordnungen ausgelegt. Die maximal realisierbare Empfänger-Sender-Separation r in einer äquitorialen Dipol-Dipol-Anordnung beträgt mit dem Chameleon-System 10m. Daraus resultiert eine maximale Eindringtiefe (Abschnitt 2.6.1, Gleichung (2.73)) von ungefähr 10m. Mit einer flachen 1D-Tiefensondierung wird untersucht, ob sich die elektrischen Parameter des gefrorenen Sees Prestvannet oberflächennah ändern. Es wurden dafür fünf Impedanzspektren mit variierender Eindringtiefe zwischen minimal 2m und maximal 10m gemessen (Kapitel 2, Abschnitt 2.6.1, Gleichung (2.73)). Die Separation r zwischen den Elektroden zur Stromeinspeisung, dem Sender-Dipol, und den Elektroden zur Spannungsmessung, dem Empfänger-Dipol, variiert mit $r = (2/4/6/8/10)$ m, während die Distanz zwischen den Elektroden der jeweiligen Dipole $l = 1,5$ m konstant ist. Der Aufbau der Messkonfiguration auf dem See Prestvannet befindet sich in Abbildung 6.18.

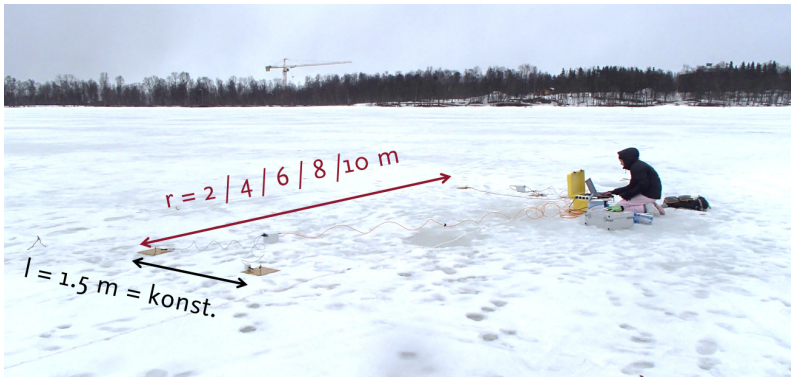


Abbildung 6.18: Aufbau der Tiefensondierung in äquitorialer Dipol-Dipol-Konfiguration auf dem gefrorenen See Prestvannet (Abbildung 6.11(b), Profil 1,2). Eingezeichnet sind der konstante Abstand zwischen den beiden Elektroden zur Messung der Potentiale l und der variable Abstand r zwischen den beiden Dipolen zur Stromeinspeisung (rechts) und Potentialmessung (links).

6.2.2.1 Rohdaten

Abbildung 6.19 (a) zeigt den gemessenen Betrag der Impedanz in doppelt-logarithmischer Auftragung über der Frequenz zwischen 100Hz und 240kHz bei variierender Sender-Empfänger-Separation r . Der Betrag der Impedanzspektren sinkt mit steigendem Abstand r im gesamten Frequenzband. (In den Spektren von $l = 2/4/6$ m fehlt der Spektralwert bei $f = 1$ kHz aufgrund einer fehlenden Anweisung in der Initialisierungs-Datei.)

Teilabbildung (b) zeigt die entsprechende Phase in logarithmischer Auftragung über der Frequenz. In Abhängigkeit von r ist eine hohe Dynamik der Spektren erkennbar. Bei der niedrigsten Frequenz befinden sich alle Spektralwerte zwischen $-\pi/8$ rad und 0 rad. Zwischen 1 kHz und 10 kHz nehmen alle Spektren ein Phasenmaximum an. Je größer r

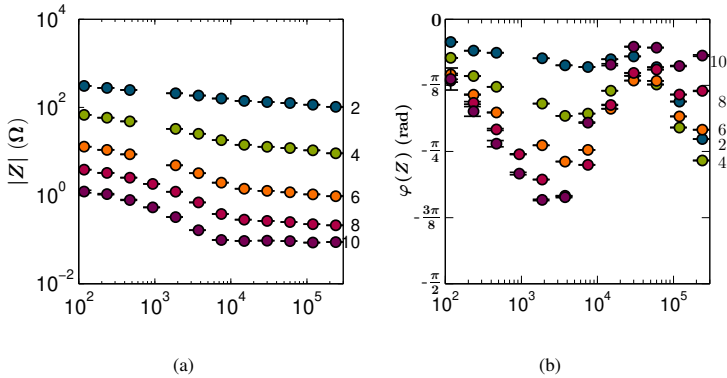


Abbildung 6.19: (a) Betrag der gemessenen Impedanz der oberflächennahen 1D-Tiefensondierung auf dem gefrorenen See Prestvannet (Abbildung 6.11, Profil 1,2) in doppelt-logarithmischer Auftragung über der Frequenz für fünf verschiedene Eindringtiefen mit variierender Dipolseparation $r = (2/4/6/8/10)$ m. Werte von r befinden sich in Metern auf der rechten y-Achse neben dem größten Spektralwert des jeweiligen Spektrums. (b) Entsprechende Phase der gemessenen Impedanz in logarithmischer Auftragung über der Frequenz.

ist, desto größer ist der Wert der Phase im Maximum und die Lage verschiebt sich in Richtung niedrigerer Frequenzen.

Außerdem nehmen alle Spektren zwischen 10 kHz und 100 kHz ein Phasenminimum an. Danach divergieren die Spektren, so dass unterschiedliche hochfrequente Phasenwerte angenommen werden. Die Phasen der größeren Auslagen sind tendenziell kleiner als die der kleineren Auslagen.

6.2.2.2 Anpassung

Die Anpassung der gemessenen Impedanz ist mit zweifach Cole-Cole-parametrisierter effektiver Permittivität (Abschnitt 3.3.2.1, Gleichung (3.20)) erfolgt. Abbildung 6.20 (a) zeigt gemessene Beträge (Symbole) und entsprechende Anpassungen (durchgezogene Kurven) in doppelt-logarithmischer Auftragung über der Frequenz zwischen 100 Hz und 240 kHz. Die invertierten Beträge geben die Messungen mit einem $\text{rms}_{|Z|}$ -Wert zwischen 1,6% und 0,5% wieder (Tabelle 6.4). Ein Unterschied zwischen Messungen und Anpassungen ist daher in Teilabbildung (a) nicht erkennbar.

Teilabbildung (b) zeigt gemessene Phasen (Symbole) und ihre Anpassungen (durchgezogene Kurven). Im Vergleich zu den Beträgen werden sie weniger gut angepasst. Der rms_φ -Wert liegt zwischen 0,02 rad und 0,09 rad. Insbesondere sind Unterschiede im gemessenen (violett farbene Symbole) und angepassten Spektrum für die tiefe Messung mit $l = 10$ m (violett farbene Kurve) erkennbar.

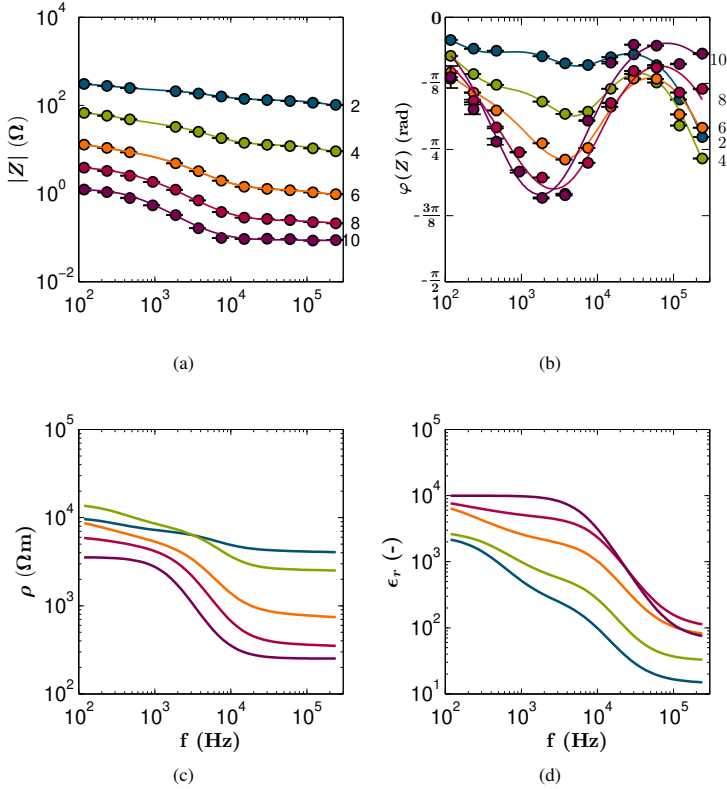


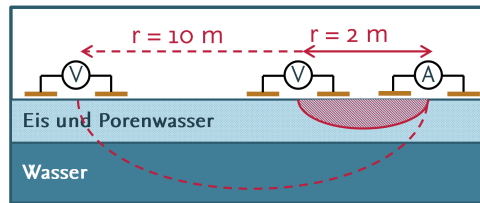
Abbildung 6.20: (a) Betrag der gemessenen Impedanz der oberflächennahen Sondierung auf dem gefrorenen See Prestvannet (Abbildung 6.11, Profil 1,2) in doppelt-logarithmischer Auftragung über der Frequenz für fünf verschiedene Eindringtiefen ($l = (2/4/6/8/10)$ m). Kreise entsprechen gemessenen Spektralwerten. Kurven zeigen Inversionsergebnisse mit zweifacher Cole-Cole Parametrisierung. (b) Entsprechende Phase der gemessenen Impedanz in logarithmischer Auftragung über der Frequenz. (c) Angepasster spektraler spezifischer Widerstand. (d) Angepasste relative Permittivität.

In Abbildung 6.20 (c) sind invertierte Spektren des spezifischen Widerstandes abgebildet. Die Spektren wurden aus den angepassten Parametern bestimmt (Abschnitt 3.3, Gleichungen (3.11) und (3.20)). Der oberflächennahe spezifische Widerstand ($l = 2$ m, blaue Kurve) fällt bei steigender Frequenz leicht von $10\text{ k}\Omega\text{m}$ auf $4\text{ k}\Omega\text{m}$ ab. Je tiefer die Messung in den gefrorenen See hinein reicht, desto kleiner ist der frequenzabhängige spezifische Widerstand. Die frequenzabhängige Dynamik der Spektren nimmt dabei zu. Die tiefste Messung ($l = 10$ m, violette Kurve) bildet deutliche Plateaus aus, welche jeweils gegen einen nieder- und hochfrequenten Grenzwert laufen.

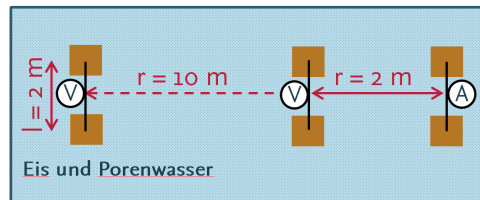
Teilabbildung (d) zeigt die spektrale relative Permittivität, die aus dem Realteil der effektiven komplexen Permittivität in zweifacher Cole-Cole-Parametrisierung berechnet wird (Abschnitt 3.3, Gleichungen (3.13) und (3.20)). Mit steigender Eindringtiefe nehmen die Spektren größere Werte an. Dabei bilden sich ähnlich wie in Teilabbildung (c) im nieder- und hochfrequenten Bereich konstante Niveaus aus, die gegen die Grenzwerte aus Tabelle 6.4 laufen. Eine Zusammenfassung der invertierten Parameter aller Anpassungen befindet sich in Tabelle 6.4.

6.2.2.3 Interpretation der Ergebnisse

Eine Möglichkeit für die Veränderung der elektrischen Parameter bei Vergrößerung der Eindringtiefe ist in Abbildung 6.21 skizziert.



(a) Vertikaler Schnitt durch das Messprofil der Tiefensondierung.



(b) Aufsicht

Abbildung 6.21: (a) Skizze des Untergrundes, der aus einer Schicht Eis mit Porenwasser (hellblau) und dem darunter liegenden Wasser des Sees (blau) besteht. Auf dem Eis sind zwei Dipol-Dipol-Konfigurationen mit verschiedenen Eindringtiefen dargestellt ($r = 2$ m und $r = 10$ m). Die damit zusammenhängende Veränderung des untersuchten Volumens (rot schraffierte Fläche) wird durch die gestrichelte rote Kurve gezeigt. Die Messung wurde in äquatorialer Dipol-Dipol-Konfiguration durchgeführt. Weil diese schwer darstellbar sind, werden in der Skizze alle Elektroden (ocker farbene Quadrate) so dargestellt, als befänden sie sich auf einer Linie. (b) Aufsicht der äquatorialen Dipol-Dipol-Anordnung in korrekter Konfiguration. Die Abstände l und r befinden sich im Gegensatz zur Darstellung in (a) senkrecht zueinander.

Bei kleineren Eindringtiefen ist ein größerer spektraler spezifischer Widerstand in Kombination mit einer kleinen spektralen relativen Permittivität zu beobachten. Es ist deshalb wahrscheinlich, dass die oberflächennahe Messung im Mittel hauptsächlich in Eis

Tabelle 6.4: Inversionsparameter der zweifachen Cole-Cole-Anpassung (CC2) von Impedanzmessungen, die auf dem gefrorenen See Prestvannet durchgeführt wurden. Neben allen Parametern des angepassten CC2-Modells, befindet sich in der ersten Spalte die Distanz r zwischen den beiden Dipolen zur Stromeinspeisung und Potentialmessung in aufsteigender Reihenfolge. Damit nimmt auch die Sondierungstiefe zu. In den letzten beiden Spalten sind die rms-Werte der Anpassung von Betrag und Phase aufgeführt.

r (m)	ϵ_{DC} (-)	ϵ_{IM} (-)	ϵ_{HF} (-)	τ_1 (s)	τ_2 (s)	c_1 (-)	c_2 (-)	ρ_{DC} (Ωm)	h (m)	$rms_{ Z }$ (%)	rms_{ϕ} (rad)
2	$2,5 \cdot 10^3$	$2,3 \cdot 10^2$	$1,4 \cdot 10^1$	$4,9 \cdot 10^{-4}$	$2,2 \cdot 10^{-5}$	0,90	1,00	$1,0 \cdot 10^4$	$1,0 \cdot 10^{-6}$	0,55	0,016
4	$2,9 \cdot 10^3$	$4,7 \cdot 10^2$	$3,1 \cdot 10^1$	$3,9 \cdot 10^{-4}$	$1,7 \cdot 10^{-5}$	0,90	1,00	$1,5 \cdot 10^4$	$1,0 \cdot 10^{-6}$	1,56	0,027
6	$9,7 \cdot 10^3$	$1,8 \cdot 10^3$	$7,0 \cdot 10^1$	$1,0 \cdot 10^{-3}$	$1,6 \cdot 10^{-5}$	0,80	1,00	$1,0 \cdot 10^4$	$1,0 \cdot 10^{-6}$	0,74	0,040
8	$1,0 \cdot 10^4$	$4,4 \cdot 10^3$	$9,4 \cdot 10^1$	$1,0 \cdot 10^{-3}$	$1,6 \cdot 10^{-5}$	1,00	1,00	$6,3 \cdot 10^3$	$1,0 \cdot 10^{-6}$	0,54	0,059
10	$1,0 \cdot 10^4$	$1,4 \cdot 10^4$	$6,8 \cdot 10^1$	$1,0 \cdot 10^{-4}$	$2,4 \cdot 10^{-5}$	0,01	1,00	$3,6 \cdot 10^3$	$1,0 \cdot 10^{-6}$	1,30	0,088

stattgefunden hat (Abbildung 6.21, rot schraffierte Fläche). Eine Vergrößerung der Elektrodenanordnung führt zu einer größeren Eindringtiefe. Die tieferen Impedanz-Messungen haben eine Erniedrigung des spektralen spezifischen Widerstandes und eine Erhöhung der spektralen relativen Permittivität ergeben. Eine mögliche Erklärung dafür liefert das gemittelte untersuchte Volumen, welches von Wasser dominiert wird. Insbesondere die Ergebnisse von ϵ_{HF} unterstützen diese Vermutung. Je größer die Sondierungstiefe ist, desto größer wird ϵ_{HF} . Bei $T = 0^\circ\text{C}$ beträgt ϵ_{HF} von reinem Wasser ungefähr 80. Bei $l = 8\text{ m}$ wurde hier $\epsilon_{HF} = 94$ bestimmt und bei $l = 10\text{ m}$ $\epsilon_{HF} = 68$ (Tabelle 6.4).

6.2.2.4 Vergleich mit Ergebnissen von Grimm und Stillman (2015)

Grimm und Stillman (2015) haben die Methode der Spektral Induzierten Polarisation mit galvanisch angekoppelten Elektroden angewandt, um Messungen der Impedanz in einem Permafrostgebiet in Alaska/USA durchzuführen. Dabei wurde ein Frequenzband zwischen 10Hz und 20kHz verwendet, so dass eine große Überschneidung zu den hier vorgestellten Ergebnissen vorliegt. Am Messort wurde eine Probe mit 72% Eis entnommen, die danach mit der Spektral Induzierten Polarisation im Labor bei -3°C untersucht wurde. In der vorliegenden Arbeit betrug die Temperatur der Eisoberfläche des gefrorenen Sees während der Messungen $T = 4^\circ\text{C}$, so dass die Temperatur beider Messungen nicht wesentlich voneinander abweicht.

Für eine bessere Vergleichbarkeit mit Grimm und Stillman (2015) werden die Ergebnisse in diesem Abschnitt als Imaginärteil der effektiven relativen Permittivität dargestellt, der dem Realteil der komplexen Leitfähigkeit entspricht. In der Spektral Induzierten Polarisation ist die Darstellung der komplexen Leitfähigkeit üblich. Die Gleichungen für die geänderte Darstellung lauten (ausgehend von Gleichung (3.20) aus Abschnitt 3.3.2.1) für $\epsilon_{r,eff}^*$ in zweifacher Cole-Cole-Parametrisierung

$$\text{Fit} = \text{Im}(\epsilon_{r,eff}^*) = \text{Im}\left(\frac{(\epsilon_{DC} - \epsilon_{IM})}{1 + (i\omega\tau_1)^{c_1}} + \frac{(\epsilon_{IM} - \epsilon_{HF})}{1 + (i\omega\tau_2)^{c_2}} + \epsilon_{HF} + \frac{1}{i\omega\epsilon_0\rho_{DC}}\right), \quad (6.3)$$

$$\text{IW relaxation} = \text{Im}\left(\frac{(\epsilon_{DC} - \epsilon_{IM})}{1 + (i\omega\tau_1)^{c_1}}\right), \quad (6.4)$$

$$\text{Ice relaxation} = \text{Im}\left(\frac{(\epsilon_{IM} - \epsilon_{HF})}{1 + (i\omega\tau_2)^{c_2}}\right) \quad \text{und} \quad (6.5)$$

$$\sigma_{DC} = \text{Im}\left(\frac{1}{i\omega\epsilon_0\rho_{DC}}\right). \quad (6.6)$$

Abbildung 6.22 (a) zeigt die Cole-Cole Zerlegung einer Labormessung von Grimm und Stillman (2015). Der Imaginärteil der effektiven komplexen Permittivität (in der Abbildung ϵ'') ist doppelt-logarithmisch über der Frequenz zwischen 10Hz und 1MHz dargestellt. Der Fit (rote Kurve) nach Gleichung (6.3) ist in seine beiden Relaxationen zerlegt (Gleichungen (6.5) und (6.4)), die *Ice relaxation* (blaue Kurve) und die *IW relaxation* (grüne Kurve), wobei IW für engl.: *interfacial water* steht.

Außerdem ist in der Abbildung von Grimm und Stillman (2015) σ_{DC} nach Gleichung (6.6) als frequenzabhängige Größe dargestellt (orangefarbene Kurve). (Dieser Formalismus wird an dieser Stelle nur übernommen, um die Messergebnisse miteinander zu vergleichen. Jenseits der Beschreibung von Abbildung 6.22 ist σ_{DC} , beziehungsweise ρ_{DC}

in der vorliegenden Arbeit ein frequenzunabhängiger Parameter der Debye- oder Cole-Cole Parametrisierung.) In Teilabbildung (b) ist ein Ergebnis der Impedanzmessung aus Abschnitt 6.2.2.1 (mit $r = 4\text{ m}$) äquivalent zu Teilabbildung (a) im selben Frequenzband dargestellt. Auch die Skala der y-Achse ist identisch. Die Zerlegung der komplexen Permittivität ist mit den Gleichungen (6.3) bis (6.6) erfolgt. Die Kurven weisen nicht nur im spektralen Verlauf Ähnlichkeit auf. Eine Extrapolation des Fit-Spektrums (rote Kurve) liefert ungefähr dieselben Werte ($\epsilon'' \approx 10^5, f = 10\text{ Hz}$ und $\epsilon'' \approx 10, f = 1\text{ MHz}$) wie in Teilabbildung (b). Die Größenordnung der maximalen Amplituden der einzelnen Relaxationen ist auch mit den dargestellten Ergebnissen aus Teilabbildung (a) vergleichbar ($\epsilon''_{IW} \approx 10^3$ und $\epsilon''_{Ice} \approx 10^2$). Darüber hinaus befindet sich die Debye-Frequenz, oder die Lage der maximalen Relaxationen, in ähnlichen Frequenzbändern (ϵ''_{IW} zwischen 200Hz und 500Hz, ϵ''_{Ice} bei 10kHz).

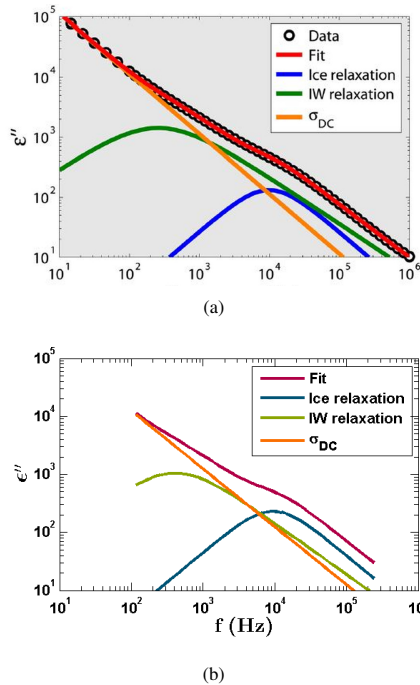


Abbildung 6.22: (a) Zerlegung einer zweifach Cole-Cole-parametrisierten effektiven Permittivität. Die Abbildung stammt aus (Grimm und Stillman, 2015, Seite 30, Abbildung 1). (b) Zerlegung der effektiven Permittivität, die aus der kapazitiv angekoppelten Impedanzmessung mit $r = 4\text{ m}$ auf dem gefrorenen See Prestvannet (Abbildung 6.11, Profil 1,2) bestimmt wurde. Die gemessene und angepasste Impedanz wurde in Abbildung 6.20 (grüne Symbole und Kurven) vorgestellt.

6.2.3 1D-Profil

Das 1D-Profil wird in Karte 6.11 (b) in Abschnitt 6.2 gezeigt (Profil 3). Es befindet sich in der östlichen Uferregion des Sees, verläuft von Osten nach Westen und ist 33 m lang. Der erste Messpunkt befindet sich am Ufer (Abbildung 6.23 (a)). Der Untergrund besteht aus Torf und ist mit einer ungefähr 1 m hohen Lage aus feuchtem Schnee bedeckt. Der letzte Messpunkt auf dem Profil befindet sich auf dem gefrorenen See in Richtung der 50m-Markierung in Abbildung 6.23 (a).

Gemessen wurde mit den 1G Ω -Probes und den großen Elektroden mit 0,27 m Seitenlänge in einer Wenner-Konfiguration mit konstantem Elektrodenabstand $a = 1,5$ m (Abbildung 6.23 (b)). Der Gleichstromgeometriefaktor beträgt damit $K = 9,4$ m (Gleichung (2.74), Abschnitt 2.6.1) bei konstanter Eindringtiefe von 1,5 m (Gleichung (2.74), Abschnitt 2.72).

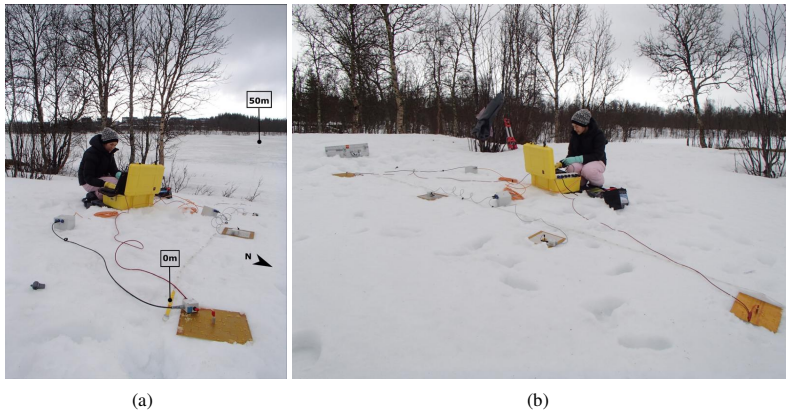


Abbildung 6.23: (a) Aufbau zur Vermessung des 1D-Profiles, das auf der Uferzone beginnt und auf dem gefrorenen See endet (Abbildung 6.11(b) Profil 3). Gezeigt wird der Aufbau zur Vermessung des ersten Spektrums in Wenner-Konfiguration mit $a = 1,5$ m. Der Mittelpunkt der Auslage liegt bei Profilkordinate 2,25 m. (b) Weitere Ansicht der Messung des ersten Spektrums vom 1D-Profil. Im Zentrum steht die Base-Unit, im Vordergrund befinden sich die vier kapazitiv angekoppelten Elektroden.

6.2.4 Rohdaten

In Abbildung 6.24 (a) sind Zehnerlogarithmen vom Betrag der Impedanz in farbiger Codierung dargestellt. Auf der x-Achse befindet sich die eingeordnete Profilkordinate in Metern. Weil die erste Messung im Osten stattgefunden hat, ist die x-Achse absteigend beschriftet. Die Messungen sind auf der Profilkordinate über die Mittelpunkte ihrer Wenner-Auslagen dargestellt. Auf der y-Achse ist die Frequenz in Kilohertz in absteigender Reihenfolge aufgetragen. Die kleinste dargestellte Frequenz beträgt 20 Hz, die größte 240 kHz.

Die logarithmierten Beträge variieren zwischen 2 und 4. Die größten Werte werden im Bereich der Uferzone zwischen 2,25m und 6,75m im niedrigen Frequenzbereich gemessen. Zwischen 10m und 13m werden die niedrigsten Beträge zwischen 2 und 2,5 unter der Verwendung hoher Frequenzen gemessen.

Abbildung 6.24 (a) zeigt entsprechende Phasen in farbiger Codierung zwischen $-\pi/4$ rad und 0 rad. Anhand der Phase ist die Unterteilung des 1D-Profiles in den Uferbereich und den gefrorenen See möglich. Am Ufer zwischen 2,25m und 8,25m nimmt die Phase für Frequenzen im einstelligen kHz-Bereich größere Werte an als auf dem restlichen Profil im selben Frequenzbereich und beträgt $\varphi = -\pi/4$ (dunkelblaue Farbabstufung).

An den Uferbereich schließt sich ein Phasenspektrum an, welches in der niederfrequenten Hälfte keine Ähnlichkeit zu benachbarten Messungen aufweist, da die Phase zwischen 0,07kHz und 1kHz gegen Null geht (rote Farbabstufung). Dieselbe Impedanzmessung liefert in Abbildung 6.24 (a) im gesamten Frequenzbereich auffallend kleine Beträge. Als mögliche Ursache für diese anomale Impedanzmessung wird die Topographie des Untergrundes auf dem Profil in Betracht gezogen. Der Uferbereich besteht aus einem abschüssigen Hang während die Oberfläche des gefrorenen Sees einer ebenen Fläche entspricht. Die anomale Impedanz wurde genau im Übergangsbereich zwischen Hang und gefrorenem See gemessen, so dass sich zwei der vier Elektroden am Hang und die übrigen zwei Elektroden auf dem See befunden haben.

Auf dem gefrorenen See zwischen 14,25m und 30,75m konvergiert die Phase ab 1kHz gegen 0 rad und unterscheidet sich damit deutlich von der am Ufer gemessenen Phase.

Neben Betrag und Phase der Impedanz werden dazugehörige Vertrauensbereiche (Kapitel 4, Abschnitt 4.1, Gleichung (4.6)) angegeben. Bis auf wenige Ausnahmen im niederfrequenten Bereich sind die prozentualen Vertrauensbereiche des Betrags einstellig und gehen gegen Null. Vertrauensbereiche der Phase betragen im niederfrequenten Bereich 4 mrad bis maximal 8 mrad und im übrigen Frequenzbereich 2 mrad, weshalb auf die Darstellung verzichtet wird.

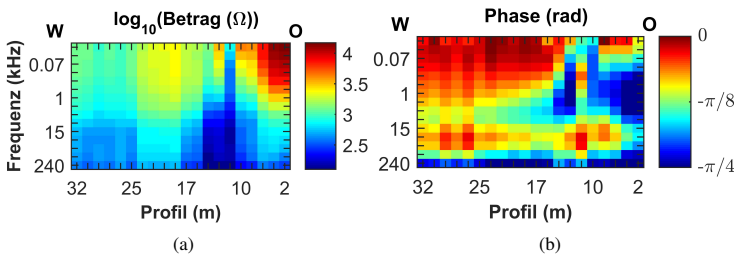


Abbildung 6.24: (a) Magnitude der gemessenen Impedanz in logarithmischer Farbcodierung gegen die Profilkoordinate auf der x-Achse und die Messfrequenz auf der y-Achse aufgetragen. Das Profil wurde von Ost nach West vermessen, weshalb die x-Achse absteigend beschriftet ist. Die Elektroden sind in einer Wenner-Konfiguration mit einem Elektrodenabstand von $a = 1,5$ m angeordnet. (b) Phase der gemessenen Impedanz in Farbabstufungen gegen die Profilkoordinate auf der x-Achse und die Messfrequenz auf der y-Achse aufgetragen.

In Abbildung 6.25 sind die gemessenen Impedanzspektren in spektraler Art dargestellt. Teilabbildung (a) zeigt alle Spektren, die auf dem 1D-Profil gemessen wurden in variierender Farbe und doppelt-logarithmisch über der Frequenz zwischen 20 Hz und 240 kHz. Spektren, die auf dem gefrorenen See bemessen wurden (Mittelpunkte der Wenner-Auslagen zwischen 14,25 m und 30,75 m) weisen weniger Dynamik in Abhängigkeit von der Frequenz auf, als Spektren, die in der Uferzone gemessen wurden (Mittelpunkte der Wenner-Auslagen zwischen 2,25 m und 12,75 m). Teilabbildung (b) zeigt entsprechende Phasen in logarithmischer Auftragung über der Messfrequenz. Spektren, die auf der Eisfläche gemessen wurden (Mittelpunkte der Wenner-Auslagen zwischen 14,25 m und 30,75 m), weisen in Abhängigkeit der Frequenz weniger Dynamik auf als die in der Uferzone gemessenen Spektren (Mittelpunkte der Wenner-Auslagen zwischen 2,25 m und 12,75 m).

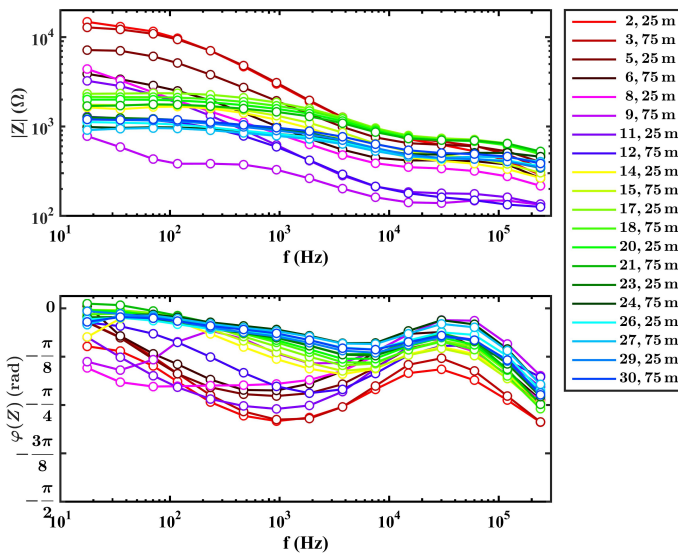


Abbildung 6.25: Oben: Betrag der gemessenen Impedanz, in doppelt-logarithmischer Darstellung aufgetragen gegen die Messfrequenz. Die Rohdaten (Wenner-Konfiguration mit $a = 1,5$ m) sind bereits in Abbildung (6.24) auf andere Art dargestellt. Jedes Spektrum entspricht einem Messpunkt auf dem Profil. Kreise entsprechen gemessenen Spektralwerten. Die Verbindungslinien sind zur besseren Lesbarkeit eingefügt. Die Legende zeigt die Mittelpunkte der einzelnen Wenner-Auslagen auf der Profilkordinate in Metern. Bei 2,25 m befindet sich die Messung am östlichen Ende, bei 30,75 m am westlichen Ende. Unten: Entsprechende Phase der gemessenen Impedanz in logarithmischer Darstellung.

6.2.5 Anpassung

Die Anpassung der Impedanzmessungen des 1D-Profiles, wird mit allen hier vorgestellten Parametrisierungen (D1, D2, CC1 und CC2) durchgeführt. Die gemessenen Impedanzspektren werden in dieser Arbeit einzeln invertiert. Üblicherweise werden Messungen, die entlang eines Profils aufgenommen wurden, gemeinsam invertiert, so dass beispielsweise laterale Veränderungen gedämpft werden, indem während der Anpassung die Information über benachbarte Spektren verwendet wird (Menke, 1984).

Der Schwerpunkt des hier verwendeten Inversionsprogramms besteht darin, die effektive komplexe Permittivität in einem breiten Frequenzband in Kombination mit dem Höhenfaktor der Elektrodenauslage zu bestimmen, so dass eine gemeinsame Anpassung großer Datensätze noch nicht implementiert wurde, aber angestrebt wird.

Impedanzspektren, die am östlichen Ende des 1D-Profiles gemessen wurden, unterscheiden sich deutlich von den Spektren, die am westlichen Ende gemessen wurden. In der Uferzone weisen die Messungen eine höhere frequenzabhängige Dynamik auf als diejenigen, die auf dem gefrorenen See durchgeführt wurden. Vermutlich werden die dynamischen Spektren eine größere Anzahl an Modellparametern benötigen, um hinreichend gut angepasst zu werden. Welche Parametrisierung am besten geeignet ist, um die gemessenen Impedanzspektren anzupassen, stellt sich erst nach der Analyse der Sekundärinformationen heraus, die während der Inversion produziert werden.

Wie in den vorangegangenen Abschnitten, erfolgt die Inversion der Impedanzspektren mit frequenzabhängiger Parametrisierung der effektiven komplexen Permittivität. Der Einfluss benachbarter Impedanzmessungen wird dabei nicht berücksichtigt. Die Spektren werden einzeln invertiert und ohne Regularisierung entlang des Messprofils wieder zu einem Profil zusammengesetzt.

Die Vermessung des 1D-Profiles stellt bislang den umfangreichsten Datensatz dar, der mit dem Chameleon-System aufgenommen wurde. Auch in diesem Abschnitt werden grundlegende Untersuchungen durchgeführt. Dazu gehört die Analyse vom Einfluss der Elektrodenhöhe auf die Impedanz und die Auflösbarkeit der elektrischen Parameter, sowie der Vergleich der Ergebnisse der unterschiedlichen Parametrisierungen. Dadurch ist eine große Menge an Sekundärdaten angefallen

$$\text{pro Impedanzspektrum} \longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{D1} \longrightarrow 5 \text{ invertierte Parameter} + \left\{ \begin{array}{l} J - \text{Matrix} \\ V - \text{Matrix} \\ S - \text{Matrix} \end{array} \right. \\ \text{D2} \longrightarrow 7 \text{ invertierte Parameter} + \left\{ \begin{array}{l} J - \text{Matrix} \\ V - \text{Matrix} \\ S - \text{Matrix} \end{array} \right. \\ \text{CC1} \longrightarrow 6 \text{ invertierte Parameter} + \left\{ \begin{array}{l} J - \text{Matrix} \\ V - \text{Matrix} \\ S - \text{Matrix} \end{array} \right. \\ \text{CC2} \longrightarrow 9 \text{ invertierte Parameter} + \left\{ \begin{array}{l} J - \text{Matrix} \\ V - \text{Matrix} \\ S - \text{Matrix} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

die nicht im Einzelnen vorgestellt werden. Stattdessen werden die wesentlichen Ergebnisse in komprimierter Form anhand der folgenden Gliederung diskutiert:

- Vergleich der Inversionsergebnisse mit D1-Parametrisierung von Messungen mit galvanischer und kapazitiver Ankopplung.
- Vorstellung aller Inversionsergebnisse mit D1-, D2-, CC1- und CC2-Parametrisierung.
- Vergleich der Anpassungen mit D1-, D2-, CC1- und CC2-Parametrisierung am Beispiel eines Impedanzspektrums mit vollständiger Analyse der Sensitivität und der Auflösbarkeit des D1-parametrisierten Ergebnis anhand der sekundären Informationen
- Vergleich der Auflösbarkeit einer angepassten Impedanzmessung aus dem Uferbereich mit einer Impedanzmessung, die auf dem gefrorenen See durchgeführt wurde.

6.2.6 Kapazitive und galvanische Ankopplung

Von den 20 Messpunkten auf dem 1D-Profil wurden vier Messpunkte zusätzlich mit galvanisch angekoppelten Elektroden in identischer Elektroden-Konfiguration untersucht. Eine zusätzliche Messung wurde im Übergangsbereich zwischen der Uferzone und dem gefrorenen See (Nr.7 bei 11,25 m) durchgeführt. Die Profilkordinate wurde zum Vergleich ausgewählt, weil sich die gemessene Impedanz unter Verwendung der kapazitiv angekoppelnden Elektroden deutlich von den benachbarten Messungen unterscheidet (Abbildung 6.25). Wenn diese Beobachtung durch Messungen mit galvanisch ankoppelnden Elektroden reproduzierbar ist, dann kann die Art der Elektroden als Ursache für die Andersartigkeit der Impedanzen, die in der Uferzone gemessen wurden, ausgeschlossen werden. Drei weitere Messungen mit galvanischer Ankopplung haben auf dem gefrorenen See in einem Bereich stattgefunden, indem benachbarte gemessene Impedanzen eine große Ähnlichkeit aufweisen (Nr.13, 14 und 15 bei 20,25 m, 21,75 m und 23,25 m).

Abbildung 6.26 (a) zeigt den gemessenen Betrag der Impedanz in doppelt-logarithmischer Auftragung zwischen $f = 18\text{ Hz}$ und $f = 240\text{ kHz}$. Messungen mit kapazitiv angekoppelten Elektroden sind als weiß gefüllte Kreise, Messungen mit galvanisch angekoppelten Elektroden sind als farbig gefüllte Quadrate dargestellt. Die Verbindungslinien sind zur besseren Lesbarkeit eingefügt. Vergleichsmessungen, die auf dem See (grüne Kurven) stattgefunden haben, sind kaum voneinander unterscheidbar. In der Uferzone (violette Kurven) weisen die beiden Spektren einen deutlichen Versatz zueinander auf. Die Messung mit galvanischer Ankopplung liefert im Großteil des verwendeten Frequenzbandes zwischen 200 Hz und 240 kHz größere Beträge als die kapazitiv angekoppelte Messung.

Teilabbildung (b) zeigt entsprechende Phasen der acht Messungen. Ausgenommen von der Messung mit galvanischer Ankopplung bei 20,25 m weisen die auf dem See gemessenen Spektren eine große Übereinstimmung auf. Alle Spektren nehmen bei 40 Hz ein Phasenmaximum an. Die in der Uferzone gemessenen Spektren (violette Kurven) sind beim niedrigsten Spektralwert identisch, laufen dann mit steigender Frequenz auseinander und unterschieden sich deutlich voneinander.

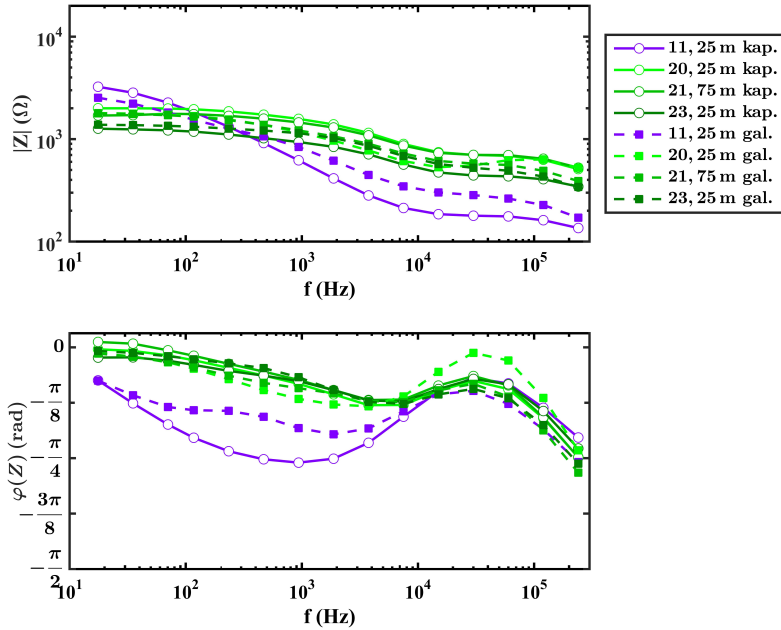


Abbildung 6.26: Zwei Spektren aus Abbildung 6.25 (Kreise) im Vergleich zu Messungen mit galvanisch angekoppelten Spießen am selben Ort und bei gleicher Elektrodenanordnung (gefüllte Quadrate). Symbole entsprechen gemessenen Spektralwerten. Linien sind zur besseren Lesbarkeit hinzugefügt. Oben: Betrag der Impedanz in doppelt-logarithmischer Darstellung über der Frequenz. Unten: Phase der Impedanz in logarithmischer Darstellung über der Frequenz.

In Abbildung 6.27 (a) werden die spektralen relativen Abweichungen der Beträge zwischen kapazitiver Ankopplung und galvanischer Ankopplung in Prozent gezeigt. Beträge, die auf dem gefrorenen See gemessen wurden, weichen maximal um 25% voneinander ab (grüne Spektren). Die Abweichungen in der Uferzone sind maximal um den Faktor drei größer (violetttes Spektrum).

Teilabbildung (b) zeigt korrespondierende absolute Abweichungen der Phasen in Radiant. Auf dem gefrorenen See beträgt die Differenz zwischen Messungen mit kapazitiver und galvanischer Ankopplung maximal 0,2rad (grüne Spektren). Im Übergangsbereich zwischen Uferzone und gefrorenem See sind die maximalen Abweichungen doppelt so groß (violett farbene Kurven).

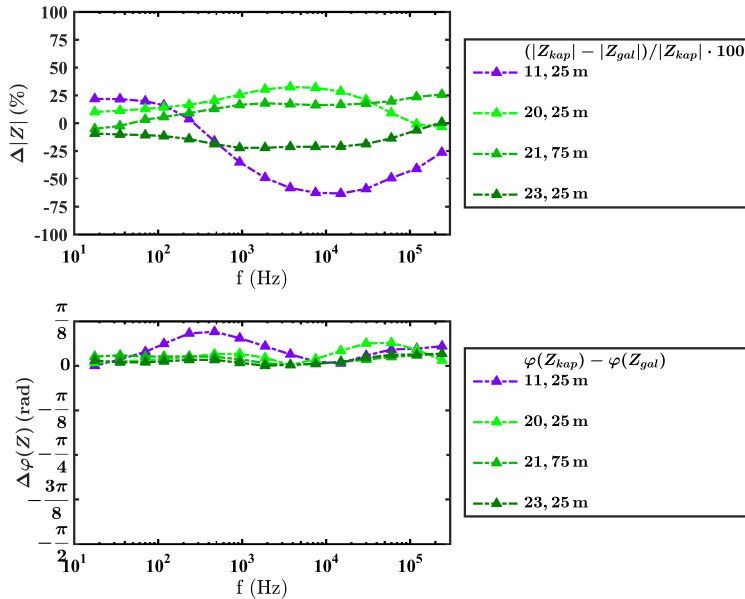


Abbildung 6.27: Abweichungen zwischen kapazitiv und galvanisch angekoppelt gemessenen Spektren aus Abbildung 6.26. Oben: Relative prozentuale Abweichung der Magnitude in logarithmischer Darstellung über der Frequenz. Unten: Absolute Abweichung der Phase in logarithmischer Darstellung über der Frequenz.

6.2.6.1 Ergebnisse der Anpassung mit D1-Parametrisierung

In diesem Abschnitt werden ausschließlich D1-parametrisierte Inversionsergebnisse vorgestellt, die sowohl mit kapazitiver Ankopplung als auch mit galvanischer Ankopplung auf dem 1D-Profil (Abbildung 6.11, Profil 3) gemessen wurden.

Abbildung 6.28 zeigt Messungen (Symbole) und Anpassungen (Linien) der beiden Spektren, die im Übergangsbereich zwischen Ufer und dem gefrorenem See (violett, Profilkoordinate Nr.7 bei 11, 15 m) und von zwei Spektren, die auf dem gefrorenen See (grün, Profilkoordinate Nr.15 bei 23, 25 m) gemessen wurden. Insgesamt sind drei Vergleichsmessungen auf dem gefrorenen See durchgeführt (Abbildung 6.26, grüne Spektren). Weil sich Messungen und Anpassungen nicht wesentlich voneinander unterscheiden, wird in Abbildung 6.28 nur eine der drei Messungen vorgestellt. Eine Zusammenfassung der invertierten Parameter aller Spektren befindet sich in Tabelle 6.5.

In Teilabbildung 6.28 (a) sind Beträge der Messungen mit kapazitiver Ankopplung (weiß gefüllte Kreise) und galvanischer Ankopplung (gefüllte Quadrate) doppelt-logarithmisch über der Frequenz zwischen 20 Hz und 240 kHz dargestellt. Die invertierten Spek-

tren der Messungen mit kapazitiver Ankopplung (durchgezogene Kurven) geben die gemessenen Spektren mit Abweichungen $\text{rms}_{|z|}$ von 2,7% (violett) und 0,9% (grün) wieder. Bei galvanischer Ankopplung werden die gemessenen Spektren mit $\text{rms}_{|z|}$ -Werten von 3,5% (violett) und 1,2% (grün) angepasst.

In Teilabbildung (b) sind entsprechende Phasen logarithmisch über der Frequenz aufgetragen. Die beiden Spektren, welche auf Profilkordinate 11,25m gemessen wurden (violett farbene Symbole), werden unabhängig von der Art der Ankopplung im niederfrequenten Bereich bis $f = 7,5\text{kHz}$ nicht angepasst. Der rms_φ -Wert beträgt bei kapazitiver Ankopplung $\text{rms}_\varphi = 0,120\text{rad}$. Bei galvanischer Ankopplung ist er etwas größer $\text{rms}_\varphi = 0,160\text{rad}$. Die übrigen Phasen werden durch die Anpassungen besser wiedergegeben mit quadratischen Abweichungen von $\text{rms}_\varphi = 0,04\text{rad}$ bei kapazitiver Ankopplung und $\text{rms}_\varphi = 0,05\text{rad}$ bei galvanischer Ankopplung.

Impedanzspektren, die im Übergangsbereich zwischen Ufer und dem gefrorenen See gemessen wurden, werden unabhängig von der Art der Stromeinspeisung schlecht angepasst.

In Abschnitt 6.2.4 wurde anhand der Rohdaten, welche mit kapazitiver Ankopplung gemessen wurden, festgestellt, dass die Messung aus dem Übergangsbereich stark von benachbarten Messungen abweicht und wurde deshalb als anomal bezeichnet. Als mögliche Ursache für die Andersartigkeit wird die Topographie in Betracht gezogen. Dadurch, dass unabhängig von der Art der Ankopplung anomale Spektren gemessen werden, die schlecht invertierbar sind, kann die Art der Ankopplung als Ursache ausgeschlossen werden, wobei nicht geklärt ist, wodurch die unterschiedlichen Phasen der Impedanzen zwischen $f = 100\text{Hz}$ und $f = 3\text{kHz}$ verursacht wird.

In Abschnitt 6.2.1.3 wurde festgestellt, dass bei galvanischer Ankopplung Phasen im hochfrequenten Bereich zwischen $f = 10\text{kHz}$ und 240kHz näher bei 0rad liegen als unter Verwendung kapazitiver Ankopplung. Als mögliche Ursache wurde induktive Kabelkopplung in Betracht gezogen. In Abbildung 6.28 liegt die Phase näher bei 0rad , die mit kapazitiver Ankopplung gemessen wurde. Daher ist der Unterschied der Phasen bei unterschiedlicher Ankopplung möglicher Weise nicht nur durch systematische Störungen erklärbar.

In Tabelle 6.5 sind invertierte Parameter der einfach Debye-parametrisierten Impedanzspektren zusammengefasst, die nach dem Messort auf dem 1D-Profil (Abbildung 6.11, Profil 3) und der Art der Ankopplung (kapazitiv (kap.) und galvanisch (gal.)) sortiert sind.

Der angepasste niederfrequente Grenzwert der relativen Permittivität ϵ_{DC} ist für die beiden anomalen Spektren (Nr.7 kap. und Nr. 7 gal.) für beide Arten der Ankopplung eine Größenordnung größer als die übrigen angepassten ϵ_{DC} der Messungen auf dem gefrorenen See. Die Anpassung versucht durch ein großes ϵ_{DC} die Reproduktion der großen Phasenwerte (Abbildung 6.28 (b), violett farbene Kurven) im niederfrequenten Bereich.

Der Mittelwert aller Anpassungen für ϵ_{DC} auf dem gefrorenen See (Nr.13 bis Nr.15) bei kapazitiver Ankopplung beträgt $\epsilon_{DC} = (3,2 \pm 0,3) \cdot 10^2$. Bei galvanischer Ankopplung ist der Wert beinahe verdoppelt $\epsilon_{DC} = (6,1 \pm 1,8) \cdot 10^2$.

Für den Mittelwert des hochfrequenten Grenzwertes ergibt sich bei kapazitiver Ankopplung $\epsilon_{HF} = (12 \pm 4)$, bei galvanischer Ankopplung $\epsilon_{HF} = (13 \pm 4)$. Auch die übrigen invertierten Parameter sind, bis auf die scheinbare Elektrodenhöhe h in Spalte 6, näherungsweise gleich groß.

Tabelle 6.5: Inversionsparameter der Anpassung von Impedanzspektren, die auf dem 1D-Profil am selben Ort mit kapazitiver (kap.) und galvanischer (gal.) Ankopplung gemessen wurden. In der ersten Spalte sind die Nummern der Messungen auf dem Profil und die Art der Ankopplung aufgeführt. Für Messung Nr. 7 liegt der Mittelpunkt der Wenner-Auslage mit dem Elektrodenabstand $a = 1,5\text{ m}$ auf dem 1D-Profil bei $11,25\text{ m}$. Für Messung Nr.13, Nr.14 und Nr.15 befindet sich der Mittelpunkt der Elektrodenauslage auf den Profilkordinaten bei $20,25\text{ m}$, $21,75\text{ m}$ und $23,25\text{ m}$. In den weiteren Spalten sind die angepassten Parameter der effektiven Permittivität in einfacher Debye-Parameterisierung (DI) ϵ_{DC} , ϵ_{HF} , τ , ρ_{DC} und h zusammengefasst. Außerdem sind die rms-Werte für Betrag und Phase der angepassten Impedanz in den beiden letzten Spalten angegeben.

Nr.(-)	ϵ_{DC} (-)	ϵ_{HF} (-)	τ (s)	ρ_{DC} (Ωm)	h (m)	$\text{rms}_{ Z }$ (%)	rms_{φ} (rad)
7 kap.	$3,4 \cdot 10^3$	$3,6 \cdot 10^1$	$5,9 \cdot 10^{-5}$	$2,3 \cdot 10^4$	$3,2 \cdot 10^{-3}$	2,68	0,120
7 gal.	$2,3 \cdot 10^3$	$3,6 \cdot 10^1$	$7,1 \cdot 10^{-5}$	$2,1 \cdot 10^4$	—	3,46	0,160
13 kap.	$3,1 \cdot 10^2$	$1,0 \cdot 10^1$	$2,9 \cdot 10^{-5}$	$1,8 \cdot 10^4$	$8,4 \cdot 10^{-4}$	0,87	0,042
13 gal.	$8,2 \cdot 10^2$	$8,2 \cdot 10^0$	$6,4 \cdot 10^{-5}$	$1,6 \cdot 10^4$	—	1,48	0,068
14 kap.	$3,0 \cdot 10^2$	$9,6 \cdot 10^0$	$3,1 \cdot 10^{-5}$	$1,6 \cdot 10^4$	$6,8 \cdot 10^{-7}$	0,69	0,047
14 gal.	$5,2 \cdot 10^2$	$1,6 \cdot 10^1$	$4,4 \cdot 10^{-5}$	$1,6 \cdot 10^4$	—	1,42	0,065
15 kap.	$3,5 \cdot 10^2$	$1,6 \cdot 10^1$	$2,5 \cdot 10^{-5}$	$1,2 \cdot 10^4$	—	0,87	0,038
15 gal.	$4,9 \cdot 10^2$	$1,4 \cdot 10^1$	$3,1 \cdot 10^{-5}$	$1,1 \cdot 10^4$	$1,2 \cdot 10^{-3}$	1,17	0,052

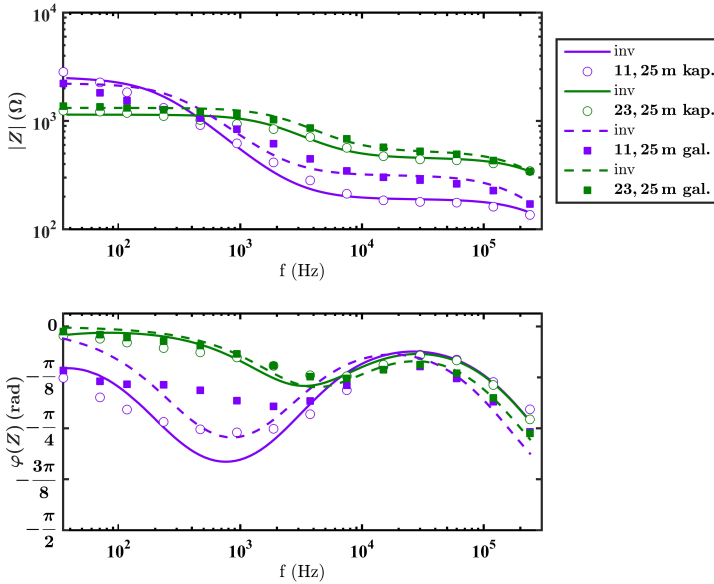


Abbildung 6.28: Vier Spektren aus Abbildung 6.25 (Kreise) im Vergleich zu Messungen mit galvanisch angekoppelten Spießen am selben Ort und bei gleicher Elektrodenanordnung (gefüllte Quadrate). Symbole entsprechen gemessenen Spektralwerten. Die Kurven stellen Inversionsergebnisse dar. Oben: Betrag der Impedanz in doppelt-logarithmischer Darstellung über der Frequenz. Unten: Phase der Impedanz in logarithmischer Darstellung über der Frequenz.

6.2.7 Anpassung der Impedanzspektren und ermittelte elektrische Parameter

In Abbildung 6.29 werden Messungen auf dem 1D-Profil und ihre Anpassungen unter der Verwendung aller Parametrisierungen gezeigt. In der linken Spalte befinden sich Spektren der logarithmierten Beträge. Entsprechende Phasen sind in der rechten Spalte angeordnet. Die Spektren sind farbig codiert dargestellt. Für eine bessere Vergleichbarkeit sind Beträge und Phasen jeweils in identischer Farbskalierung dargestellt.

Teilabbildungen (a) und (f) zeigen Betrag und Phase der gemessenen Impedanzen. In (b) und (g) sind invertierte Impedanzen mit einfacher Debye-Parametrisierung dargestellt, in (c) und (h) sind Ergebnisse der zweifachen Debye-, in (d) und (i) sind Ergebnisse der einfachen Cole-Cole- und in (e) und (j) sind Ergebnisse der zweifachen Cole-Cole-Parametrisierung abgebildet.

Dabei sind markante Bereiche durch Buchstaben markiert. A und B kennzeichnen

einen Bereich auf dem gefrorenen See mit geringer lateraler Variation. Das C symbolisiert ein Impedanzspektrum, das in einer kleinen topographischen Senke genau zwischen Ufer und dem gefrorenen See gemessen wurde. Das D markiert den Uferbereich.

Die eingezeichneten Anomalien in Teilabbildung (a) und (f) werden durch alle Anpassungen gut wiedergegeben. Die in Teilabbildungen (b) bis (e) dargestellten Beträge sind nicht voneinander unterscheidbar. Bei der Anpassung der Phase sind kleine Unterschiede erkennbar. Die Anomalie C wird in Teilabbildung (h) mit der zweifachen Debye-Parametrisierung gut wiedergegeben. Der Bereich um D wird besser durch beide Debye-Parametrisierungen (Teilabbildung (g) und (h)) als durch die Cole-Cole-Modelle (Teilabbildung (i) und (j)) reproduziert. Im Bereich des gefrorenen Sees bei A und B, werden gemessene Phasen durch alle verwendeten Parametrisierungen wiedergegeben.

Impedanzmessung entlang des 1D-Profiles und ihre verschiedenen Anpassungen bilden deutlich das mit Schnee bedeckte Ufer im Osten, den schneebedeckten gefrorenen See im Westen und den dazwischen liegenden Übergangsbereich ab. Es kann daher festgehalten werden, dass Impedanzmessungen mit dem neuartigen Chameleon-System auf Basis kapazitiv ankoppelnder Elektroden, die Unterscheidung zwischen schneebedecktem Permafrostboden und schneebedecktem Eis ermöglichen. Insbesondere auch dann, wenn die Mächtigkeit der Schneedecke ($\approx (0,5 - 1) \text{ m}$) gegenüber der Eindringtiefe der Sondierung ($\approx 1,5 \text{ m}$) nicht vernachlässigbar ist. Eine Zusammenfassung der invertierten Parameter aller Parametrisierungen befindet sich in den folgenden Tabellen

- einfache Debye-Parametrisierung in Tabelle 6.6,
- zweifache Debye-Parametrisierung in Tabelle 6.7,
- einfache Cole-Cole-Parametrisierung in Tabelle 6.8 und
- zweifache Cole-Cole-Parametrisierung in Tabelle 6.9.

6.2.8 Anpassungen mit unterschiedlicher Parametrisierung am Beispiel eines Impedanzspektrums

Die Gegenüberstellung der Inversionsergebnisse mit unterschiedlich parametrisierter effektiver Permittivität erfolgt anhand eines einzelnen Impedanzspektrums. Dafür wird eine Messung von den insgesamt zwanzig Messungen ausgewählt, die auf dem gefrorenen See durchgeführt wurde. Auf dem gefrorenen See variieren gemessene Impedanzspektren im Vergleich zum Übergangsbereich der Uferzone schwach (Abbildung 6.24). Insbesondere zwischen Messung Nr.11 bei 17,25 m und Nr.14 bei 21,75 m werden homogene Impedanzen beobachtet. Aus diesem Grund wird Impedanzspektrum Nr.13 bei 20,25 m vorgestellt, welches als Repräsentant für alle Messungen auf dem gefrorenen See betrachtet werden kann.

Abbildung 6.30 (a) zeigt das gemessene Betragsspektrum (Kreise) und vier verschiedene Anpassungen in doppelt-logarithmischer Darstellung über der Frequenz zwischen 20 Hz und 240 Hz. Die vier Kurven der verschiedenen Anpassungen sind kaum voneinander unterscheidbar und geben das gemessene Spektrum wieder. Teilabbildung (b) zeigt entsprechende Phase in logarithmischer Auftragung über der Frequenz. Die invertierten Spektren der zweifachen Parametrisierungen D2 (graue Kurve) und CC2 (schwarze

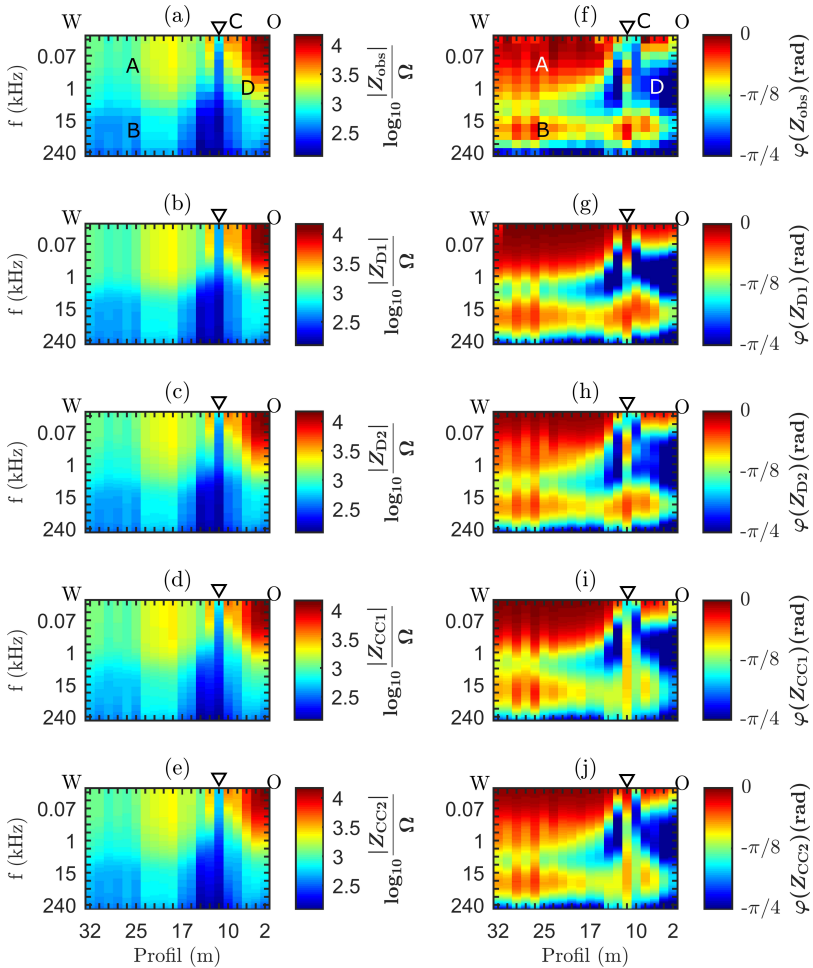


Abbildung 6.29: Links: (a) Zehnerlogarithmus vom gemessenen Betrag der Impedanz auf dem 1D-Profil (Profil 3 in Abbildung 6.11 (b)), Wenner-Anordnung mit $a=1,5$ m) in farbig-er Codierung über dem Profil auf der x-Achse, beziehungsweise der Frequenz auf der y-Achse. A, B, C und D werden im Text diskutiert. (b) Einfache Debye-, (c) Zweifache Debye-, (d) Einfache Cole-Cole und (e) Zweifache Cole-Cole-Anpassung. Rechts: (f) bis (j) Entsprechende Phase.

Tabelle 6.6: Inversionsparameter der 20 Impedanzspektren, die auf dem 1D-Profil gemessen wurden. Für die Anpassung wurde die Impedanz mit dem einfachen Debye-Modell (D1) parametrisiert mit ϵ_{DC} , ϵ_{HF} , τ und ρ_{DC} . In der ersten Spalte ist die Nummerierung der Messungen aufgetragen (Nr.1 im Osten, Nr.20 im Westen). In den drei letzten Spalten sind außerdem die scheinbare Elektrodenhöhe h , $\text{rms}_{|Z|}$ und rms_{φ} aufgeführt.

Nr.(-)	ϵ_{DC} (-)	ϵ_{HF} (-)	τ (s)	ρ_{DC} (Ωm)	h (m)	$\text{rms}_{ Z }$ (%)	rms_{φ} (rad)
1	$6,3 \cdot 10^2$	$2,4 \cdot 10^1$	$3,8 \cdot 10^{-5}$	$1,1 \cdot 10^5$	$7,4 \cdot 10^{-3}$	2,34	0,123
2	$6,0 \cdot 10^2$	$1,9 \cdot 10^1$	$3,8 \cdot 10^{-5}$	$1,0 \cdot 10^5$	$4,2 \cdot 10^{-3}$	1,85	0,099
3	$1,0 \cdot 10^3$	$1,4 \cdot 10^1$	$6,3 \cdot 10^{-5}$	$5,8 \cdot 10^4$	$3,4 \cdot 10^{-3}$	2,25	0,117
4	$2,0 \cdot 10^3$	$1,9 \cdot 10^1$	$8,6 \cdot 10^{-5}$	$2,9 \cdot 10^4$	$6,3 \cdot 10^{-4}$	2,06	0,096
5	$2,5 \cdot 10^3$	$2,7 \cdot 10^1$	$9,1 \cdot 10^{-5}$	$2,1 \cdot 10^4$	$5,6 \cdot 10^{-3}$	2,93	0,111
6	$2,4 \cdot 10^3$	$2,8 \cdot 10^1$	$4,5 \cdot 10^{-5}$	$4,0 \cdot 10^4$	$2,3 \cdot 10^{-3}$	2,35	0,111
7	$3,4 \cdot 10^3$	$3,5 \cdot 10^1$	$5,9 \cdot 10^{-5}$	$2,3 \cdot 10^4$	$3,2 \cdot 10^{-3}$	2,68	0,120
8	$2,2 \cdot 10^3$	$3,6 \cdot 10^1$	$3,4 \cdot 10^{-5}$	$1,1 \cdot 10^4$	$1,5 \cdot 10^{-3}$	2,11	0,084
9	$6,2 \cdot 10^2$	$2,1 \cdot 10^1$	$2,8 \cdot 10^{-5}$	$1,5 \cdot 10^4$	$2,0 \cdot 10^{-3}$	1,19	0,056
10	$4,9 \cdot 10^2$	$1,9 \cdot 10^1$	$2,6 \cdot 10^{-5}$	$1,6 \cdot 10^4$	$1,0 \cdot 10^{-3}$	1,12	0,052
11	$3,0 \cdot 10^2$	$9,8 \cdot 10^0$	$2,8 \cdot 10^{-5}$	$2,1 \cdot 10^4$	$6,8 \cdot 10^{-4}$	0,80	0,040
12	$2,9 \cdot 10^2$	$1,1 \cdot 10^1$	$2,7 \cdot 10^{-5}$	$1,9 \cdot 10^4$	$1,3 \cdot 10^{-3}$	0,82	0,039
13	$3,1 \cdot 10^2$	$1,0 \cdot 10^1$	$2,9 \cdot 10^{-5}$	$1,8 \cdot 10^4$	$8,4 \cdot 10^{-4}$	0,87	0,042
14	$2,9 \cdot 10^2$	$9,6 \cdot 10^0$	$3,1 \cdot 10^{-5}$	$1,6 \cdot 10^4$	$6,8 \cdot 10^{-4}$	0,69	0,035
15	$4,9 \cdot 10^2$	$1,4 \cdot 10^1$	$3,0 \cdot 10^{-5}$	$1,1 \cdot 10^4$	$1,3 \cdot 10^{-3}$	1,17	0,038
16	$4,3 \cdot 10^2$	$8,7 \cdot 10^0$	$4,0 \cdot 10^{-5}$	$8,9 \cdot 10^3$	$1,2 \cdot 10^{-3}$	0,87	0,038
17	$5,1 \cdot 10^2$	$1,3 \cdot 10^1$	$3,5 \cdot 10^{-5}$	$9,5 \cdot 10^3$	$1,3 \cdot 10^{-3}$	1,25	0,054
18	$4,7 \cdot 10^2$	$1,0 \cdot 10^1$	$3,8 \cdot 10^{-5}$	$8,5 \cdot 10^3$	$1,2 \cdot 10^{-3}$	0,86	0,039
19	$4,7 \cdot 10^2$	$1,3 \cdot 10^1$	$3,0 \cdot 10^{-5}$	$1,0 \cdot 10^4$	$8,5 \cdot 10^{-4}$	1,21	0,052
20	$3,8 \cdot 10^2$	$1,2 \cdot 10^1$	$2,9 \cdot 10^{-5}$	$1,1 \cdot 10^4$	$1,4 \cdot 10^{-3}$	0,95	0,043

Tabelle 6.7: Inversionsparameter der 20 Impedanzspektren, die auf dem 1D-Profil gemessen wurden. Für die Anpassung wurde die Impedanz mit dem zweifachtem Debye-Modell (D2) parametrisiert mit ε_{DC} , ε_{IM} , ε_{HF} , τ_1 , τ_2 und ρ_{DC} . In der ersten Spalte ist die Nummerierung der Messungen aufgetragen (Nr.1 im Osten, Nr.20 im Westen). In den drei letzten Spalten sind außerdem die scheinbare Elektrodenhöhe h , $\text{rms}_{|Z|}$ und rms_{φ} aufgeführt.

Nr.(-)	ε_{DC} (-)	ε_{IM} (-)	ε_{HF} (-)	τ_1 (s)	τ_2 (s)	ρ_{DC} (Ωm)	h (m)	$\text{rms}_{ Z }$ (%)	rms_{φ} (rad)
1	$8,9 \cdot 10^2$	$3,3 \cdot 10^2$	$2,3 \cdot 10^1$	$2,2 \cdot 10^{-4}$	$2,1 \cdot 10^{-5}$	$1,2 \cdot 10^5$	$6,1 \cdot 10^{-3}$	1,33	0,057
2	$8,7 \cdot 10^2$	$3,9 \cdot 10^2$	$1,8 \cdot 10^1$	$3,1 \cdot 10^{-4}$	$2,4 \cdot 10^{-5}$	$1,1 \cdot 10^5$	$2,0 \cdot 10^{-3}$	0,76	0,039
3	$1,6 \cdot 10^3$	$4,7 \cdot 10^2$	$1,3 \cdot 10^1$	$3,9 \cdot 10^{-4}$	$3,2 \cdot 10^{-5}$	$6,7 \cdot 10^4$	$1,2 \cdot 10^{-3}$	0,54	0,028
4	$3,3 \cdot 10^3$	$1,0 \cdot 10^3$	$1,9 \cdot 10^1$	$5,2 \cdot 10^{-4}$	$4,9 \cdot 10^{-5}$	$3,3 \cdot 10^4$	$7,4 \cdot 10^{-4}$	0,90	0,046
5	$7,5 \cdot 10^3$	$1,2 \cdot 10^3$	$2,5 \cdot 10^1$	$9,7 \cdot 10^{-4}$	$4,5 \cdot 10^{-5}$	$3,7 \cdot 10^4$	$3,4 \cdot 10^{-3}$	1,04	0,048
6	$1,0 \cdot 10^4$	$1,9 \cdot 10^3$	$2,8 \cdot 10^1$	$1,1 \cdot 10^{-3}$	$3,9 \cdot 10^{-5}$	$4,6 \cdot 10^3$	$2,1 \cdot 10^{-3}$	0,89	0,077
7	$6,1 \cdot 10^3$	$2,0 \cdot 10^3$	$3,4 \cdot 10^1$	$5,8 \cdot 10^{-4}$	$3,6 \cdot 10^{-5}$	$2,9 \cdot 10^4$	$1,6 \cdot 10^{-3}$	0,69	0,030
8	$3,9 \cdot 10^3$	$1,3 \cdot 10^3$	$3,5 \cdot 10^1$	$2,4 \cdot 10^{-4}$	$2,2 \cdot 10^{-5}$	$1,1 \cdot 10^4$	$1,2 \cdot 10^{-3}$	0,92	0,035
9	$9,0 \cdot 10^2$	$3,3 \cdot 10^2$	$2,0 \cdot 10^1$	$1,2 \cdot 10^{-4}$	$1,7 \cdot 10^{-5}$	$1,5 \cdot 10^4$	$1,9 \cdot 10^{-3}$	0,53	0,027
10	$7,9 \cdot 10^2$	$2,9 \cdot 10^2$	$1,8 \cdot 10^1$	$1,5 \cdot 10^{-4}$	$1,7 \cdot 10^{-5}$	$1,6 \cdot 10^4$	$8,1 \cdot 10^{-4}$	0,42	0,020
11	$5,3 \cdot 10^2$	$2,1 \cdot 10^2$	$1,4 \cdot 10^1$	$2,5 \cdot 10^{-4}$	$2,2 \cdot 10^{-5}$	$2,1 \cdot 10^4$	$9,3 \cdot 10^{-4}$	0,16	0,008
12	$6,0 \cdot 10^2$	$2,0 \cdot 10^2$	$1,1 \cdot 10^1$	$2,5 \cdot 10^{-4}$	$2,0 \cdot 10^{-5}$	$2,0 \cdot 10^4$	$9,9 \cdot 10^{-4}$	0,16	0,001
13	$7,3 \cdot 10^2$	$2,1 \cdot 10^2$	$9,8 \cdot 10^0$	$3,2 \cdot 10^{-4}$	$2,1 \cdot 10^{-5}$	$1,9 \cdot 10^4$	$1,4 \cdot 10^{-4}$	0,16	0,008
14	$1,5 \cdot 10^3$	$3,0 \cdot 10^2$	$9,5 \cdot 10^0$	$5,7 \cdot 10^{-3}$	$3,1 \cdot 10^{-5}$	$1,6 \cdot 10^4$	$3,8 \cdot 10^{-5}$	0,36	0,021
15	$1,8 \cdot 10^3$	$3,2 \cdot 10^2$	$1,4 \cdot 10^1$	$5,1 \cdot 10^{-4}$	$2,2 \cdot 10^{-5}$	$1,1 \cdot 10^4$	$9,1 \cdot 10^{-4}$	0,22	0,001
16	$1,0 \cdot 10^3$	$3,3 \cdot 10^2$	$8,6 \cdot 10^0$	$3,9 \cdot 10^{-4}$	$3,1 \cdot 10^{-5}$	$9,2 \cdot 10^3$	$1,1 \cdot 10^{-3}$	0,67	0,028
17	$1,9 \cdot 10^3$	$2,9 \cdot 10^2$	$1,2 \cdot 10^1$	$3,7 \cdot 10^{-4}$	$2,2 \cdot 10^{-5}$	$1,0 \cdot 10^4$	$9,7 \cdot 10^{-4}$	0,25	0,010
18	$1,1 \cdot 10^3$	$3,0 \cdot 10^2$	$1,0 \cdot 10^1$	$3,3 \cdot 10^{-4}$	$2,8 \cdot 10^{-5}$	$8,9 \cdot 10^3$	$1,1 \cdot 10^{-3}$	0,52	0,021
19	$1,5 \cdot 10^3$	$2,7 \cdot 10^2$	$1,3 \cdot 10^1$	$3,6 \cdot 10^{-4}$	$1,9 \cdot 10^{-5}$	$1,1 \cdot 10^4$	$1,2 \cdot 10^{-3}$	0,19	0,009
20	$1,3 \cdot 10^3$	$2,4 \cdot 10^2$	$1,2 \cdot 10^1$	$3,4 \cdot 10^{-4}$	$2,1 \cdot 10^{-5}$	$1,1 \cdot 10^4$	$1,2 \cdot 10^{-3}$	0,12	0,005

Tabelle 6.8: Inversionsparameter der 20 Impedanzspektren, die auf dem 1D-Profil gemessen wurden. Für die Anpassung wurde die Impedanz mit dem einfachen Cole-Cole-Modell (CC1) parametrisiert mit ε_{DC} , ε_{HF} , τ , c und ρ_{DC} . In der ersten Spalte ist die Nummerierung der Messungen aufgetragen (Nr.1 im Osten, Nr.20 im Westen). In den drei letzten Spalten sind außerdem die scheinbare Elektrodenhöhe h , $\text{rms}|Z|$ und $\text{rms}\varphi$ aufgeführt.

Nr.(-)	ε_{DC} (-)	ε_{HF} (-)	τ (s)	c (-)	ρ_{DC} (Ωm)	h (m)	$\text{rms} Z $ (%)	$\text{rms}\varphi$ (rad)
1	$9,2 \cdot 10^2$	$1,3 \cdot 10^1$	$1,0 \cdot 10^{-4}$	0,77	$1,3 \cdot 10^5$	$1,4 \cdot 10^{-6}$	1,19	0,078
2	$7,5 \cdot 10^2$	$1,3 \cdot 10^1$	$6,9 \cdot 10^{-5}$	0,84	$1,1 \cdot 10^5$	$1,3 \cdot 10^{-6}$	1,09	0,060
3	$1,4 \cdot 10^3$	$8,3 \cdot 10^0$	$1,5 \cdot 10^{-4}$	0,84	$6,4 \cdot 10^4$	$9,6 \cdot 10^{-7}$	1,46	0,073
4	$2,5 \cdot 10^3$	$1,4 \cdot 10^1$	$1,4 \cdot 10^{-4}$	0,90	$3,1 \cdot 10^4$	$6,1 \cdot 10^{-7}$	1,58	0,070
5	$8,8 \cdot 10^3$	$1,0 \cdot 10^1$	$8,3 \cdot 10^{-4}$	0,78	$4,5 \cdot 10^4$	$6,4 \cdot 10^{-7}$	2,24	0,100
6	$4,0 \cdot 10^3$	$2,3 \cdot 10^1$	$8,9 \cdot 10^{-5}$	0,93	$4,7 \cdot 10^3$	$2,9 \cdot 10^{-7}$	4,21	0,201
7	$4,7 \cdot 10^3$	$1,8 \cdot 10^1$	$1,3 \cdot 10^{-4}$	0,85	$2,7 \cdot 10^4$	$5,3 \cdot 10^{-7}$	2,29	0,101
8	$2,9 \cdot 10^3$	$1,9 \cdot 10^1$	$6,7 \cdot 10^{-5}$	0,86	$1,1 \cdot 10^4$	$3,8 \cdot 10^{-7}$	1,32	0,058
9	$8,1 \cdot 10^2$	$1,6 \cdot 10^1$	$5,0 \cdot 10^{-5}$	0,88	$1,5 \cdot 10^4$	$4,7 \cdot 10^{-7}$	1,04	0,067
10	$6,3 \cdot 10^2$	$1,4 \cdot 10^1$	$4,6 \cdot 10^{-5}$	0,87	$1,6 \cdot 10^4$	$4,8 \cdot 10^{-7}$	0,64	0,032
11	$3,5 \cdot 10^2$	$8,5 \cdot 10^0$	$3,8 \cdot 10^{-5}$	0,93	$2,2 \cdot 10^4$	$5,7 \cdot 10^{-7}$	0,66	0,033
12	$3,5 \cdot 10^2$	$9,7 \cdot 10^0$	$3,8 \cdot 10^{-5}$	0,92	$1,9 \cdot 10^4$	$5,5 \cdot 10^{-7}$	0,74	0,038
13	$3,6 \cdot 10^2$	$8,9 \cdot 10^0$	$4,0 \cdot 10^{-5}$	0,93	$1,8 \cdot 10^4$	$5,3 \cdot 10^{-7}$	0,79	0,038
14	$3,2 \cdot 10^2$	$9,2 \cdot 10^0$	$3,5 \cdot 10^{-5}$	0,97	$1,5 \cdot 10^4$	$4,9 \cdot 10^{-7}$	0,68	0,034
15	$6,9 \cdot 10^2$	$1,2 \cdot 10^1$	$5,5 \cdot 10^{-5}$	0,90	$1,1 \cdot 10^4$	$4,7 \cdot 10^{-7}$	1,15	0,055
16	$4,4 \cdot 10^2$	$8,6 \cdot 10^0$	$4,0 \cdot 10^{-5}$	1,00	$8,9 \cdot 10^3$	$3,8 \cdot 10^{-7}$	1,03	0,053
17	$9,0 \cdot 10^2$	$9,6 \cdot 10^0$	$8,8 \cdot 10^{-5}$	0,88	$9,9 \cdot 10^3$	$4,0 \cdot 10^{-7}$	1,25	0,059
18	$5,0 \cdot 10^2$	$1,0 \cdot 10^1$	$4,1 \cdot 10^{-5}$	0,99	$8,5 \cdot 10^3$	$3,7 \cdot 10^{-7}$	1,05	0,055
19	$7,5 \cdot 10^2$	$1,0 \cdot 10^1$	$6,9 \cdot 10^{-5}$	0,87	$1,1 \cdot 10^4$	$4,1 \cdot 10^{-7}$	1,02	0,045
20	$5,5 \cdot 10^2$	$1,0 \cdot 10^1$	$5,6 \cdot 10^{-5}$	0,90	$1,1 \cdot 10^4$	$4,2 \cdot 10^{-7}$	0,97	0,052

Tabelle 6.9: Inversionsparameter der 20 Impedanzspektren, die auf dem 1D-Profil gemessen wurden. Für die Anpassung wurde die Impedanz mit dem zweifachen Cole-Cole-Modell (CC2) parametrisiert mit ε_{DC} , ε_M , ε_{HF} , τ_1 , τ_2 , c_1 , c_2 und ρ_{DC} . In der ersten Spalte ist die Nummerierung der Messungen aufgetragen (Nr.1 im Osten, Nr.20 im Westen). In den drei letzten Spalten sind außerdem die scheinbare Elektrodenhöhe h , $\text{rms}_{|z|}$ und rms_φ aufgeführt.

Nr.(-)	ε_{DC} (-)	ε_M (-)	ε_{HF} (-)	τ_1 (s)	τ_2 (s)	c_1 (-)	c_2 (-)	ρ_{DC} (Ωm)	h (m)	$\text{rms}_{ z }$ (%)	rms_φ (rad)
1	$1,3 \cdot 10^3$	$3,2 \cdot 10^2$	$1,6 \cdot 10^1$	$6,3 \cdot 10^{-4}$	$3,1 \cdot 10^{-5}$	0,67	0,96	$1,3 \cdot 10^5$	$5,1 \cdot 10^{-3}$	0,22	0,021
2	$1,1 \cdot 10^3$	$3,3 \cdot 10^2$	$1,5 \cdot 10^1$	$5,1 \cdot 10^{-4}$	$2,9 \cdot 10^{-5}$	0,72	1,00	$1,2 \cdot 10^5$	$1,1 \cdot 10^{-5}$	0,22	0,011
3	$1,9 \cdot 10^3$	$4,0 \cdot 10^2$	$1,1 \cdot 10^1$	$4,8 \cdot 10^{-4}$	$3,4 \cdot 10^{-5}$	0,86	1,00	$6,9 \cdot 10^4$	$5,3 \cdot 10^{-6}$	0,30	0,014
4	$3,6 \cdot 10^3$	$9,7 \cdot 10^2$	$1,8 \cdot 10^1$	$6,3 \cdot 10^{-4}$	$5,3 \cdot 10^{-5}$	0,89	1,00	$3,4 \cdot 10^4$	$7,6 \cdot 10^{-7}$	0,83	0,043
5	$1,0 \cdot 10^4$	$9,0 \cdot 10^2$	$2,1 \cdot 10^1$	$1,5 \cdot 10^{-3}$	$5,0 \cdot 10^{-5}$	0,84	1,00	$4,3 \cdot 10^4$	$2,7 \cdot 10^{-3}$	0,44	0,020
6	$1,0 \cdot 10^4$	$2,0 \cdot 10^3$	$2,8 \cdot 10^1$	$1,1 \cdot 10^{-3}$	$3,9 \cdot 10^{-5}$	1,00	1,00	$4,6 \cdot 10^3$	$2,1 \cdot 10^{-3}$	1,87	0,077
7	$7,3 \cdot 10^3$	$1,8 \cdot 10^3$	$3,0 \cdot 10^1$	$8,1 \cdot 10^{-4}$	$3,7 \cdot 10^{-5}$	0,84	1,00	$3,1 \cdot 10^4$	$1,1 \cdot 10^{-3}$	0,44	0,019
8	$4,8 \cdot 10^3$	$1,4 \cdot 10^3$	$2,6 \cdot 10^1$	$5,5 \cdot 10^{-4}$	$3,0 \cdot 10^{-5}$	0,82	0,95	$1,2 \cdot 10^4$	$9,9 \cdot 10^{-4}$	0,42	0,012
9	$9,3 \cdot 10^2$	$4,5 \cdot 10^2$	$1,8 \cdot 10^1$	$1,6 \cdot 10^{-4}$	$2,4 \cdot 10^{-5}$	1,00	0,94	$1,5 \cdot 10^4$	$1,9 \cdot 10^{-3}$	0,38	0,021
10	$9,3 \cdot 10^2$	$2,4 \cdot 10^2$	$1,6 \cdot 10^1$	$2,1 \cdot 10^{-4}$	$1,9 \cdot 10^{-5}$	0,81	1,00	$1,7 \cdot 10^4$	$7,4 \cdot 10^{-4}$	0,17	0,009
11	$5,4 \cdot 10^2$	$2,1 \cdot 10^2$	$9,6 \cdot 10^0$	$2,1 \cdot 10^{-4}$	$2,1 \cdot 10^{-5}$	0,97	1,00	$2,2 \cdot 10^4$	$3,6 \cdot 10^{-7}$	0,16	0,008
12	$6,3 \cdot 10^2$	$1,9 \cdot 10^2$	$1,1 \cdot 10^1$	$2,8 \cdot 10^{-4}$	$2,0 \cdot 10^{-5}$	0,95	1,00	$2,0 \cdot 10^4$	$9,8 \cdot 10^{-4}$	0,16	0,009
13	$7,4 \cdot 10^2$	$2,1 \cdot 10^2$	$9,9 \cdot 10^0$	$3,1 \cdot 10^{-4}$	$2,2 \cdot 10^{-5}$	0,99	1,00	$1,9 \cdot 10^4$	$7,7 \cdot 10^{-7}$	0,16	0,008
14	$2,9 \cdot 10^2$	$4,5 \cdot 10^2$	$1,6 \cdot 10^0$	$2,2 \cdot 10^{-3}$	$4,9 \cdot 10^{-5}$	0,33	0,85	$1,6 \cdot 10^4$	$8,4 \cdot 10^{-9}$	0,60	0,032
15	$1,4 \cdot 10^3$	$2,6 \cdot 10^3$	$3,1 \cdot 10^1$	$1,0 \cdot 10^{-4}$	$1,8 \cdot 10^{-4}$	0,48	0,58	$1,1 \cdot 10^4$	$1,0 \cdot 10^{-3}$	0,74	0,034
16	$5,5 \cdot 10^3$	$1,2 \cdot 10^3$	$1,6 \cdot 10^1$	$1,0 \cdot 10^{-4}$	$7,3 \cdot 10^{-5}$	0,59	0,76	$9,0 \cdot 10^3$	$1,2 \cdot 10^{-3}$	0,65	0,030
17	$1,9 \cdot 10^3$	$2,9 \cdot 10^2$	$1,2 \cdot 10^1$	$4,7 \cdot 10^{-4}$	$2,2 \cdot 10^{-5}$	1,00	1,00	$1,0 \cdot 10^4$	$9,7 \cdot 10^{-4}$	0,25	0,010
18	$8,1 \cdot 10^3$	$2,7 \cdot 10^2$	$1,9 \cdot 10^1$	$1,0 \cdot 10^{-4}$	$1,0 \cdot 10^{-4}$	0,60	0,67	$8,8 \cdot 10^3$	$1,1 \cdot 10^{-3}$	0,65	0,029
19	$3,7 \cdot 10^3$	$1,7 \cdot 10^3$	$3,1 \cdot 10^1$	$2,5 \cdot 10^{-4}$	$1,0 \cdot 10^{-4}$	0,46	0,54	$1,1 \cdot 10^4$	$4,4 \cdot 10^{-4}$	0,60	0,027
20	$1,2 \cdot 10^3$	$2,3 \cdot 10^2$	$1,2 \cdot 10^1$	$3,6 \cdot 10^{-4}$	$2,1 \cdot 10^{-5}$	0,97	1,00	$1,1 \cdot 10^4$	$1,1 \cdot 10^{-3}$	0,12	0,005

Kurve) sind nicht vom gemessenen Phasenspektrum unterscheidbar. Einfache Parametrisierungen D1 (punktierte Kurve) und CC1 (gestrichelte Kurve) passen das gemessene Spektrum zwischen 20 Hz und 8 kHz weniger gut an.

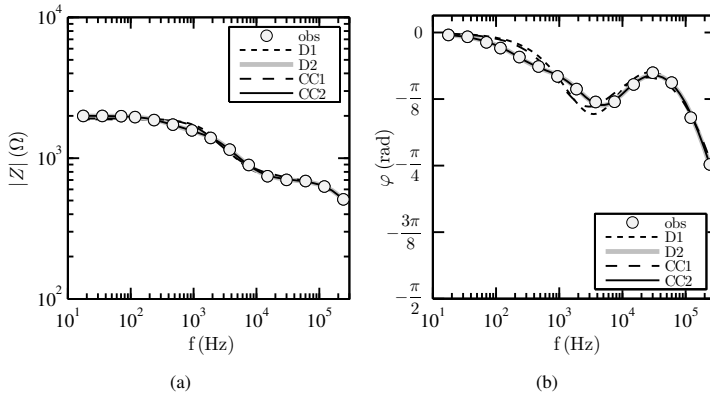


Abbildung 6.30: (a) Auf dem gefrorenen See (1D-Profil, Nr.13 bei 20,25 m) gemessener und angepasster Betrag der Impedanz in doppelt-logarithmischer Darstellung über der Frequenz. Kreise entsprechen den gemessenen Spektralwerten. Die Kurven entsprechen den vier Anpassungen. Einfach Debye (D1) ist punktiert, zweifach Debye (D2) ist grau, einfach Cole-Cole (CC1) ist gestrichelt und zweifach Cole-Cole (CC2) ist schwarz und durchgehend dargestellt. (b) Entsprechende Phase der Impedanz in logarithmischer Darstellung über der Frequenz.

6.2.8.1 Ermittelte Parameter der effektiven komplexen Permittivität

In Tabelle 6.10 sind invertierte Parameter der D1-, D2, CC1- und CC2-parametrisierten komplexen effektiven Permittivität zusammengefasst, die aus der Anpassung der gemessenen Impedanz von Messung Nr.13 auf dem gefrorenen See resultieren. In den letzten zwei Spalten sind darüber hinaus die quadratischen Abweichungen $\text{rms}_{|Z|}$ und rms_{φ} als Maß für die Güte der Anpassung angegeben. Nicht definierte Modellparameter einer Parametrisierung sind in der Tabelle durch einen Gedankenstrich gekennzeichnet wie beispielsweise der Eintrag für ε_{IM} in der Parametrisierung D1. Die Ergebnisse der vier Inversionen sind mit steigender Anzahl der Inversionsparameter angeordnet.

Unabhängig von der Anzahl der Inversionsparameter liefern die Anpassungen für den hochfrequenten Grenzwert ε_{HF} annähernd identische Werte. Mittelwert und Standardabweichung betragen $\varepsilon_{HF} = 9,7 \pm 0,5$. Ähnliches gilt für die Anpassung des niederfrequenten Grenzwertes $\rho_{DC} = (185 \pm 0,6 \text{ k}\Omega\text{m})$. Am stärksten verändert sich die Anpassung des niederfrequenten Grenzwertes ε_{DC} in Abhängigkeit der gewählten Parametrisierung. Während die Anpassung mit den einfachen Parametrisierungen D1 und CC1 im Mittel $\varepsilon_{DC} = 335 \pm 35$ liefert, beträgt der Mittelwert der zweifach parametrisierten Anpassung $\varepsilon_{DC} = 735 \pm 7$ und ist damit näherungsweise verdoppelt.

Darüber hinaus liegen die angepassten Frequenzexponenten c_1 und c_2 nah bei Eins, beziehungsweise c_2 beträgt Eins. Da in diesem Fall die Cole-Cole Parametrisierung der Debye Parametrisierung entspricht, ist die Anpassung des Frequenzexponenten überflüssig und wird daher in den anschließenden Untersuchungen nicht mehr berücksichtigt.

Die Auswahl der Parametrisierung, die für die Darstellung der effektiven relativen Permittivität des Untergrundes am besten geeignet ist, erfolgt im Allgemeinen anhand von zwei Kriterien (Menke, 1984). Einerseits ist eine minimale Anzahl von Modellparametern wünschenswert. Andererseits werden kleine Fehlerquadrate angestrebt. Das erste Kriterium wird am besten durch die D1-Parametrisierung erfüllt. Das zweite Kriterium wird am besten durch die D2-Parametrisierung erfüllt.

Mit dem Ziel, eine Entscheidung zwischen den beiden verbliebenen Parametrisierungen zu treffen, werden die Inversionsparameter auf ihre Plausibilität geprüft. Beide Parametrisierungen liefern jeweils eine Relaxationszeit, die in der Größenordnung 10^{-5} s liegt. Die zusätzliche Relaxationszeit, die aus dem D2-Modell folgt, ist eine Größenordnung größer 10^{-4} s. Beide Relaxationszeiten sind in einem Bereich angesiedelt, der die charakteristischen Relaxation von Eis bei $T = 0^\circ\text{C}$ repräsentiert (Grimm et al., 2015).

Die Relaxationszeit der Größenordnung 10^{-5} s wird natürlichem Eis zugeordnet, dessen H_2O -Moleküle teilweise mit wasserlöslichen, salzartigen Hydroxiden oder Halogeniden (z.B. NaCl , HCl , NH_3) ersetzt sind. Die größere Relaxationszeit $\tau = 10^{-4}$ s entspricht der Größenordnung von reinem (Labor-) Eis. Da dieser Wert als unplausibel eingeschätzt wird, wird im Folgenden auf die Darstellung der D2-Parametrisierung verzichtet. Die D1-Parametrisierung ist daher am besten für die Anpassung der hier vorgestellten Impedanzmessungen geeignet.

6.2.8.2 Analyse der Jacobimatrix

Aufgrund der Argumentation aus dem vorangegangenen Abschnitt, liegt der Fokus im Folgenden auf Ergebnissen, die mit einfach Debye-parametrisierter effektiver komplexer Permittivität angepasst wurden.

Die Sensitivität der angepassten Impedanz gegenüber den einzelnen Modellparametern wird wieder anhand der normierten Spalten der Jacobimatrix untersucht. Insbesondere wird der Einfluss der scheinbaren Elektrodenhöhe h im Vergleich zu den Modellparametern der effektiven komplexen Permittivität auf die einzelnen Spektralwerte untersucht. Die Sensitivität der Anpassung gegenüber der scheinbaren Elektrodenhöhe h ist von besonderem Interesse, da h , wie in Kapitel 3 diskutiert, die Impedanz stark beeinflussen kann. Theoretisch nimmt der Einfluss von h durch die Dispersion von Eis ab. Idealerweise sollen die Parameter der komplexen Permittivität die Anpassung der Impedanz wesentlich beeinflussen.

Die relative Empfindlichkeit der angepassten Spektralwerte gegenüber den Modellparametern wird zunächst anhand der Anpassung eines Impedanzspektrums gezeigt, das bereits im vorangegangenen Abschnitt ausgewählt wurde. Es handelt sich um die Anpassung einer Messung, die auf dem schneebedeckten, gefrorenen See stattgefunden hat (Nr.13 auf Profilkordinate $m = 20,25\text{m}$) und als Beispiel für benachbarte Messungen aufgefasst werden kann, da wenig laterale Variation zwischen den Impedanzmessungen vorliegt.

In Abbildung 6.31 sind die normierten partiellen Ableitungen vom Realteil (grüne

Tabelle 6.10: Inversionsparameter der Anpassungen mit D1-, D2-, CC1- und CC2- parametrisierter effektiver Permittivität von Messung Nr.13 auf dem 1D-Profil bei Koordinate 20,25 m.

	ε_{DC} (-)	ε_M (-)	ε_{HF} (-)	τ_1 (s)	τ_2 (s)	c_1 (-)	c_2 (-)	ρ_{DC} (Ω m)	h (m)	rms $_{ Z }$ (%)	rms $_{\phi}$ (rad)
D1	$3,1 \cdot 10^2$	—	$1,0 \cdot 10^1$	$2,9 \cdot 10^{-5}$	—	—	—	$1,8 \cdot 10^4$	$8,4 \cdot 10^{-4}$	0,87	0,042
CC1	$3,6 \cdot 10^2$	—	$8,9 \cdot 10^0$	$4,0 \cdot 10^{-5}$	—	0,93	—	$1,8 \cdot 10^4$	$5,3 \cdot 10^{-7}$	0,79	0,038
D2	$7,3 \cdot 10^2$	$2,1 \cdot 10^2$	$9,8 \cdot 10^0$	$3,2 \cdot 10^{-4}$	$2,1 \cdot 10^{-5}$	—	—	$1,9 \cdot 10^4$	$1,4 \cdot 10^{-4}$	0,16	0,008
CC2	$7,4 \cdot 10^2$	$2,1 \cdot 10^2$	$9,9 \cdot 10^0$	$3,1 \cdot 10^{-4}$	$2,2 \cdot 10^{-5}$	0,99	1,00	$1,9 \cdot 10^4$	$7,7 \cdot 10^{-7}$	0,16	0,008

Kurven) und vom Imaginärteil (schwarze Kurven) der invertierten Impedanz nach den Modellparametern der einfachen Debye-Parametrisierung logarithmisch über der Frequenz dargestellt.

In der niederfrequenten Hälfte des Spektrums zwischen 20 Hz und 5 kHz ändert sich der Realteil der Impedanz nur bei Variation von ρ_{DC} (Teilabbildung (d)). Im Vergleich zu den übrigen Modellparametern ist ρ_{DC} maximal und liegt bei -1 . Die Spektralwerte reagieren im niederfrequenten Bereich in der Nähe des Inversionsergebnis daher maßgeblich auf die Variation von ρ_{DC} .

Die übrigen Modellparameter beginnen ab ungefähr $f = 100$ Hz den Real- und Imaginärteil zu beeinflussen. Der Imaginärteil der Impedanz reagiert im hochfrequenten Bereich insbesondere auf Änderungen von ϵ_{DC} , ϵ_{HF} und τ (Teilabbildungen (a) - (d)). Die scheinbare Elektrodenhöhe h in Teilabbildung (e) stellt eine Ausnahme dar. Eine Änderung von h hat im gesamten Frequenzbereich keine Auswirkung auf die Impedanz.

Im niederfrequenten Bereich ist die Empfindlichkeit der reellen Spektralwerte bei Variation von ρ_{DC} maximal (Teilabbildung (d), grüne Kurve). Im hochfrequenten Bereich wird die maximale Sensitivität der imaginären Spektralwerte bei Veränderungen von ϵ_{HF} beobachtet (Teilabbildung (b), schwarze Kurve). Unerwarteterweise äußert sich die Variation des niederfrequenten Grenzwertes ϵ_{DC} im hochfrequenten Teil des Spektrums. ϵ_{DC} beeinflusst die Spektralwerte sobald sich die Frequenz der Debye-Frequenz $f_D = 5.5 \cdot 10^3$ Hz nähert und der Relaxationsprozess einsetzt, indem ϵ_{DC} auf ϵ_{HF} sinkt.

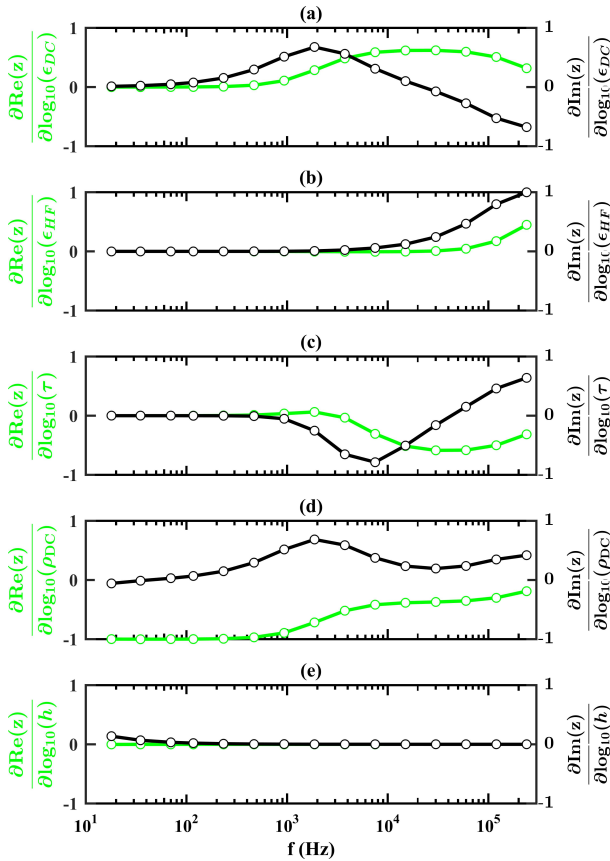


Abbildung 6.31: Spalten der Jacobimatrix in logarithmischer Auftragung über der Frequenz zwischen 10 Hz und 230 kHz. Die Jacobimatrix resultiert aus der Anpassung der Impedanzmessung Nr.13 auf dem 1D-Profil bei 20,25 m mit D1-Parametrisierung. Jedes Teilbild enthält die partielle Differenzierung vom Realteil der Impedanz nach einem speziellen Modellparameter: Partielle Differenz nach (a) ϵ_{DC} , (b) ϵ_{HF} , (c) τ , (d) ρ_{DC} und (e) h .

Die Analyse aller Jakobimatrizen aller Anpassungen wird auf die partiellen Ableitungen des Realteils der Impedanz beschränkt. In Abbildung 6.32 sind normierte partielle Ableitungen des invertierten Realteil der Impedanz logarithmisch über der Frequenz zwischen 10Hz und 230kHz aufgetragen. Die Art der Normierung ist unverändert. Pro Messung sind alle Spalten der Jacobimatrix auf den größten Eintrag der gesamten Matrix normiert, so dass jeder Messung nach wie vor ein Modellparameter zugeordnet werden kann, dessen Einfluss im Vergleich zu den übrigen Parameter maximal ist. Wie stark die Modellparameter die Impedanz relativ zu den anderen Modellparametern beeinflussen, ist in dieser Darstellung schwer erkennbar.

Stattdessen wird die Sensitivität entlang der Profilkordinate untersucht, um festzustellen, ob Gemeinsamkeiten oder Unterschiede zwischen der schneebedeckten Uferregion (rot bis violett, zwischen 2,25 m und 12,75 m) und dem gefrorenen See auftreten.

In Teilabbildung (a) unterscheiden sich die Sensitivität bezüglich ϵ_{DC} in Abhängigkeit von der Profilkordinate. In der Uferregion (rot bis violett) beginnen die Einträge der Jacobimatrix im Vergleich zum gefrorenen See (grün bis blau) bereits bei niedrigeren Frequenzen auf die Variation von ϵ_{DC} zu reagieren. Je weiter die angepassten Spektren auf dem Profil in Richtung See fortschreiten (grün bis blau), desto schmaler wird das Frequenzband, indem der Realteil der berechneten Impedanz auf Veränderungen von ϵ_{DC} reagiert. Darüber hinaus sind die Beträge der Einträge für Messungen auf der Uferregion ab $f = 100\text{Hz}$ größer als auf dem See. Die Empfindlichkeit gegenüber ϵ_{DC} ist daher am Ufer größer als auf dem See.

Auf ϵ_{HF} reagiert die angepasste Impedanz in Teilabbildung (b) erst ab 30kHz. Im Uferbereich (rot bis violett) liegt wieder eine größere Empfindlichkeit vor als auf dem See (grün bis blau). Die Relaxationszeit τ beeinflusst die Impedanz in der hochfrequenten Hälfte des gezeigten Frequenzbereichs (Teilabbildung (c)). Anpassungen der Impedanzspektren aus dem Uferbereich (rot bis violett) reagieren bei kleineren Frequenzen auf Änderungen von τ als Anpassungen von Spektren, die auf dem See gemessen wurden (grün bis blau).

In Teilabbildung (d) beeinflusst ρ_{DC} die angepasste Impedanz im gesamten Frequenzband. Maximale Sensitivität wird bei niedrigen Frequenzen beobachtet, die mit steigender Frequenz abfällt. Anpassungen von Spektren, die auf dem See gemessen wurden (grün bis blau), reagieren im Gegensatz zu den bislang vorgestellten Parametern, stärker auf Änderungen von ρ_{DC} als Anpassungen aus dem Uferbereich (rot bis violett).

Gegenüber Änderungen der Elektrodenhöhe ist die angepasste Impedanz in Teilabbildung (e) beim niedrigsten Spektralwert im Uferbereich am empfindlichsten. Mit steigender Frequenz nimmt die Sensitivität schnell ab.

Es lässt sich zusammenfassen, dass die Empfindlichkeit der Anpassungen am Ufer gegenüber allen Modellparametern generell bei niedrigeren Frequenzen einsetzt als auf dem See. Darüber hinaus ist die Stärke der Empfindlichkeit am Ufer für ϵ_{DC} , ϵ_{HF} , τ und h größer als auf dem See. Auf dem gefrorenen See ist die Empfindlichkeit gegenüber ρ_{DC} größer als in der Uferregion.

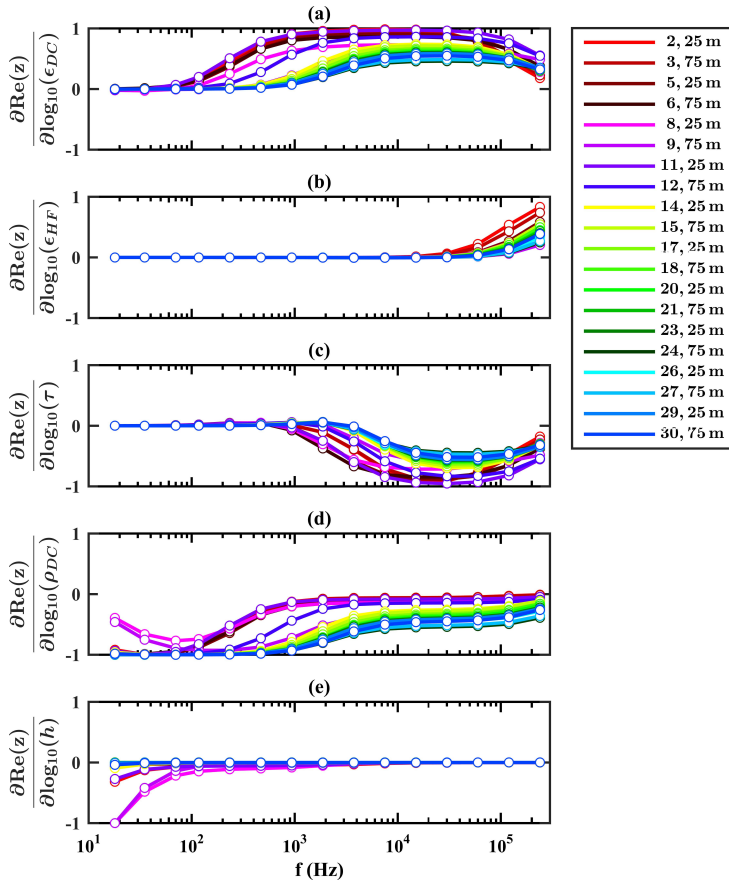


Abbildung 6.32: Spalten der Jacobimatrix in logarithmischer Auftragung über der Frequenz zwischen 10 Hz und 230 kHz. Die verschieden farbigen Kurven stehen für Messpunkte auf dem 1D-Profil. Jedes Teilbild enthält die partielle Differenzierung vom Realteil der Impedanz nach einem speziellen Modellparameter: Partielle Differenz nach (a) ϵ_{DC} , (b) ϵ_{HF} , (c) τ , (d) ρ_{DC} und (e) h .

6.2.8.3 Analyse der Spektralwertzerlegung

Für die Untersuchung der Auflösbarkeit von invertierten Parametern mit der einfachen Debye-Parametrisierung, werden wieder die V- und S-Matrix der spektralwertzerlegten Jacobimatrix herangezogen. Als Beispiel für die Anpassung einer Messung aus der mit Schnee bedeckten Uferregion, werden in Abbildung 6.33 Ergebnisse von Spektrum Nr.4 vorgestellt, welches auf der Koordinate 6,75 m auf dem 1D-Profil gemessen wurde. Die Messung wurde in einer Wenner-Konfiguration dem Elektrodenabstand $a = 1,5$ m durchgeführt.

In Abbildung 6.33 (a) und (c) sind die V_{re} -Matrix und diagonale Einträge der S_{re} -Matrix dargestellt, welche aus den partiellen Ableitungen des Realteils der angepassten Impedanz, der J_{re} -Matrix, ermittelt wurden. In den Spalten der V-Matrix befinden sich die Eigenwerte des Parameterraumes. Die Diagonale der S-Matrix ist in absteigender Reihenfolge der Größe nach sortiert mit den normierten Quadratwurzeln der Eigenwerte besetzt. Sämtliche Einträge sind auf eine Nachkommastelle gerundet, so dass Nachkommastellen kleiner als vier Hundertstel auf Null abgerundet und solche größer als fünf Hundertstel auf Eins aufgerundet sind. Die V_{re} -Matrix zeigt, dass folgende Parameterkombinationen aufgelöst sind:

1. $\frac{1}{\epsilon_{DC}} \cdot \tau \cdot \rho_{DC} \cdot \frac{1}{\epsilon_{HF}}$
2. $\rho_{DC} \cdot \frac{1}{\tau} \cdot \epsilon_{DC}$
3. $\tau \cdot \epsilon_{DC} \cdot \frac{1}{\epsilon_{HF}} \cdot \rho_{DC}$
4. $\frac{1}{\epsilon_{HF}} \cdot \frac{1}{\tau} \cdot \frac{1}{\epsilon_{DC}}$
5. $\frac{1}{h}$

Die Modellparameter sind innerhalb einer Kombination nach ihrer relativen Stärke angeordnet, mit der sie in die Parameterkombination eingehen. Dabei steht der stärkste Parameter an erster Stelle. Aus $\text{diag}(S_{re})$ in Teilabbildung (c) folgt, dass die erste Parameterkombination am besten aufgelöst wird. Die weiteren Kombinationen werden in absteigender Reihenfolge aufgelöst. Allein die scheinbare Elektrodenhöhe h wird unabhängig von den übrigen Parametern nicht aufgelöst.

Teilabbildungen 6.33 (c) und (d) zeigen die V_{im} -Matrix und diagonale Einträge der S_{im} -Matrix, die aus den partiellen Ableitungen des Imaginärteils der angepassten Impedanz bestimmt wurden. Laut der V_{im} -Matrix werden folgende Parameterkombinationen aufgelöst:

1. $\frac{1}{\epsilon_{DC}} \cdot \tau \cdot \left(\frac{\epsilon_{HF}}{\rho_{DC}} \right)$
2. $\rho_{DC} \cdot \epsilon_{HF} \cdot \tau \cdot \epsilon_{DC}$
3. $\tau \cdot \frac{1}{\epsilon_{HF}} \cdot \epsilon_{DC} \cdot \frac{1}{\rho_{DC}}$
4. $\frac{1}{h} \cdot \left(\frac{\rho_{DC}}{\epsilon_{DC} \cdot \epsilon_{HF}} \right)$

$$5. \left(\frac{\epsilon_{DC} \cdot \epsilon_{HF}}{\rho_{DC}} \right)$$

Aus der S_{re} -Matrix folgt, dass die letzten beiden Parameterkombinationen nicht aufgelöst werden, da die Quadratwurzeln der Eigenwerte Null betragen.

In Abbildung 6.34 ist die Spektralwertzerlegung der Anpassung von Impedanzmessung Nr. 13 dargestellt, die auf dem gefrorenen See bei 20,25m auf dem 1D-Profil in Wenner-Konfiguration mit dem Elektrodenabstand $a = 1,5$ m gemessen wurde. Es werden wie oben Ergebnisse der Inversion mit D1-parametrisierter effektiver Permittivität gezeigt. Die Spektralwertzerlegung wird als Beispiel für alle Messungen präsentiert, die auf dem gefrorenen See durchgeführt wurden.

Ähnlich wie in der bereits vorgestellten Spektralwertzerlegung, die aus der Inversion einer Impedanzmessung in der Uferregion bestimmt wurde, werden durch die Anpassung des Realteils der Impedanz alle Parameter des D1-Modells aufgelöst (Abbildungen 6.34 (a) und (c)). Die scheinbare Elektrodenhöhe h ist verglichen mit ϵ_{DC} , ϵ_{HF} , τ und ρ_{DC} erneut der unwichtigste Parameter, da sie nicht aufgelöst wird.

Im Imaginärteil der invertierten Impedanz werden in der V_{im} -Matrix in Abbildung 6.34 (b) andere Parameterkombinationen aufgelöst als im Realteil in 6.34 (a), es werden jedoch ebenso wie im Realteil alle Parameter des D1-Modells aufgelöst. Die scheinbare Elektrodenhöhe wird, anders als in den zuvor gezeigten Spektralwertzerlegungen, nicht allein aufgelöst, sondern kommt innerhalb einer Parameterkombination zum Tragen

$$\begin{aligned} & \vdots \\ 4. & h \cdot \left(\frac{\epsilon_{HE}}{\rho_{DC}} \right) \cdot \epsilon_{DC} \\ & \vdots \end{aligned}$$

und geht dabei wesentlich stärker in die Kombination ein als die übrigen Parameter (Abbildung 6.34 (b), Spalte 4). Aus der S_{im} -Matrix folgt aber, dass die Auflösbarkeit gegenüber den Parameterkombinationen, welche die D1-Parameter auflösen, niedrig ist.

Bezüglich der Auflösbarkeit der invertierten D1-Parameter zur Parametrisierung der effektiven relativen Permittivität besteht zwischen der schneebedeckten Uferregion und dem schneebedeckten gefrorenen See Prestvannet lediglich ein geringer Unterschied.

In der Uferregion ist die Parameterkombination am besten aufgelöst, die von dem niederfrequenten Grenzwert der relativen Permittivität ϵ_{DC} und der Relaxationszeit τ dominiert wird. Die zweitbeste Auflösung besteht für eine Kombination, die am stärksten durch ρ_{DC} beeinflusst wird (Abbildung 6.33 (a) bis (d), Spalten 1 und 2).

Auf dem gefrorenen See ist das Auflösungsvermögen im Realteil der angepassten Impedanz für die beiden Parameterkombinationen vertauscht, so dass der niederfrequente Grenzwert des spezifischen Widerstandes ρ_{DC} am wichtigsten ist, gefolgt von ϵ_{DC} und τ (Abbildung 6.33 (a) und (c), Spalten 1 und 2).

Die scheinbare Elektrodenhöhe wird nur im Imaginärteil der angepassten Impedanz aufgelöst, wenn die Impedanzmessung am Ufer durchgeführt wurde, wobei die Parameterkombination im Vergleich zu den anderen am schwächsten aufgelöst ist (Abbildung 6.34 (b) und (d), Spalte 4). Die übrigen Anpassungen lösen die gesuchten D1-Parameter ohne Beeinflussung der scheinbaren Elektrodenhöhe auf.

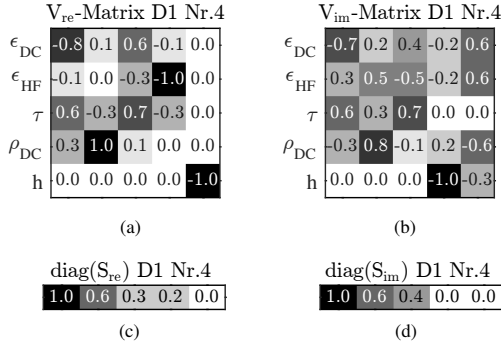


Abbildung 6.33: Spektralwertzerlegung der D1-parametrisierten Anpassung von Spektrum Nr.4, welches auf dem 1D-Profil in der Uferregion in einer Wenner-Konfiguration mit $a = 1,5$ m gemessen wurde. Links befinden sich Matrizen, die sich auf den Realteil der angepassten Impedanz beziehen. (a) V_{re} -Matrix. (c) Diagonale der S_{re} -Matrix. Rechts sind entsprechende Matrizen dargestellt, die sich auf den Imaginärteil der Impedanz beziehen. (a) V_{im} -Matrix. (c) Diagonale der S_{im} -Matrix.

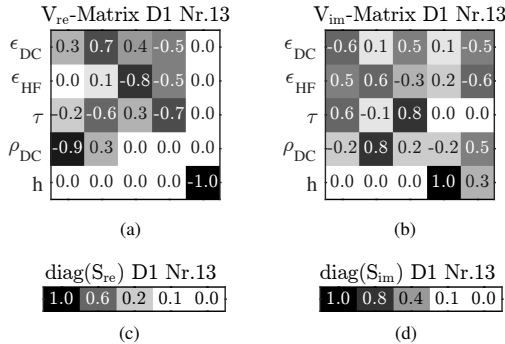


Abbildung 6.34: Spektralwertzerlegung der D1-parametrisierten Anpassung von Spektrum Nr.13, welches auf dem 1D-Profil auf dem gefrorenen See in einer Wenner-Konfiguration mit $a = 1,5$ m gemessen wurde. Links befinden sich Matrizen, die sich auf den Realteil der angepassten Impedanz beziehen. (a) V_{re} -Matrix. (c) Diagonale der S_{re} -Matrix. Rechts sind entsprechende Matrizen dargestellt, die sich auf den Imaginärteil der Impedanz beziehen. (a) V_{im} -Matrix. (c) Diagonale der S_{im} -Matrix.

6.3 Zusammenfassung der Ergebnisse

Während der ersten beiden Feldmessungen mit dem Chameleon-System auf Basis kapazitiv angekoppelter Elektroden, wurden erstmals Impedanzen in periglazialen Gebieten zwischen $f = 20\text{Hz}$ und $f = 240\text{kHz}$ gemessen. Es hat sich herausgestellt, dass neuartige Vorverstärker des Chameleon-System($1\text{ G}\Omega$ -Probes) den Messbereich um eine Dekade für niedrige Frequenzen erweitern.

Weiterhin wurde gezeigt, dass die Verwendung von quadratischen kapazitiv angekoppelten Elektroden mit einer Seitenlänge von $0,27\text{m}$ in kleinen Wenner-Anordnungen mit Elektrodenabständen $a = 1\text{m}$ mit dem Chameleon-System realisierbar sind.

Der Vergleich von Impedanzspektren, die mit kleineren kapazitiv angekoppelten und galvanisch angekoppelten Elektroden gemessen wurden, hat gezeigt, dass keine wesentlichen Unterschiede erkennbar sind. Daher wird davon ausgegangen, dass die großen Elektroden in Näherung als Punktelektroden betrachtet werden können (Abschnitt 6.2.1.4).

Vergleichsmessungen zwischen kapazitiv und galvanisch angekoppelten Elektroden haben an verschiedenen Orten gezeigt, dass zwischen $f = 20\text{Hz}$ und $f = 240\text{kHz}$ Beträge der Impedanz um einige Prozent und Phasen um einige 10 Milliradian voneinander abweichen (Abschnitt 6.2.1.3 und Abschnitt 6.2.6).

Die gemessenen Impedanzspektren sind durch die analytische Lösung einer kapazitiv angekoppelten 4-Punkt-Anordnung (Gleichung 2.86, Abschnitt 2.7) beschreibbar. Die effektive komplexe relative Permittivität wurde dafür auf vier verschiedene Arten parametrisiert (Gleichung (3.8), (3.16), (3.19) und (3.20), Abschnitt 3.3). Die unterschiedlich parametrisierten Impedanzspektren geben gemessene Spektren mit mittleren quadratische Abweichungen kleiner als 1% und $0,1\text{rad}$ wieder.

Um die Auflösbarkeit der verwendeten Modellparameter und ihre Bedeutung während der Anpassung zu untersuchen, wurden die Inversionsergebnisse anhand der Jacobimatrix und ihrer Spektralwertzerlegung analysiert. Die Untersuchung hat zu den folgenden Ergebnissen geführt:

- In den Anpassungen der auf der Zugspitze und in Tromsø gemessenen Impedanzspektren werden die Variablen des einfachen Debye-Modells ($D1$) zur Parametrisierung der effektiven komplexen relativen Permittivität unter Berücksichtigung des scheinbaren Höhenfaktors vollständig aufgelöst. Der scheinbare Höhenfaktor enthält dabei die Information über die scheinbare Elektrodenhöhe der vier kapazitiv angekoppelten Elektroden, während die vier wahren Elektrodenhöhen unbekannt sind.
- Für die Anpassung der Impedanzspektren, die auf dem mit Eis überfrorenen Boden des Seitenstollens unterhalb des Zugspitzekamms gemessen wurden, ist ϵ_{DC} unabhängig von der Parametrisierung der wichtigste Modellparameter (Abschnitt 6.1.2).
- Die Anpassung des 1D-Profiles in Tromsø hat gezeigt, dass sich das Profil aufgrund der angepassten elektrischen Parameter des Untergrundes in zwei Gebiete einteilen lässt. In der mit Schnee bedeckten Uferzone ist unabhängig von der Art der Parametrisierung ϵ_{DC} oder ϵ_{IM} in Kombination mit der Relaxationszeit τ der wichtigste Parameter während der Anpassung der Impedanzspektren, gefolgt von ρ_{DC} . Auf

dem gefrorenen See Prestvannet ist das Auflösungsvermögen von der Kombination aus ϵ_{DC} und τ mit ρ_{DC} vertauscht, so dass ρ_{DC} der wichtigste Modellparameter zur Beschreibung der Impedanz ist.

- Unabhängig von der Parametrisierung wird der hochfrequente Grenzwert ϵ_{HF} in allen Anpassungen aufgelöst und ist wichtiger als h , aber weniger wichtig als die niederfrequenten Grenzwerte ϵ_{DC} und ρ_{DC} .
- Die scheinbare Elektrodenhöhe h wird, bis auf eine Ausnahme, in allen Anpassungen allein aufgelöst und ist in der Nähe der Lösung der invertierten Impedanz der schwächste Parameter.

In Tabelle (6.11) befindet sich eine Zusammenfassung der ermittelten Untergrundparameter aller Feldmessungen. Es werden gemittelte Werte und ihre Standardabweichungen von Anpassungen mit D1-parametrisierter effektiver komplexer relativer Permittivität gezeigt. In der ersten Spalte sind gemittelte Eindringtiefen t (Kapitel 2, Abschnitt 2.6.1, Gleichungen (2.72) und (2.73)) der Wenner- und äquatorialen Dipol-Dipol-Anordnungen und ihre Standardabweichungen aufgelistet.

In der Zeile, die mit ZS Eis bezeichnet ist, sind Mittelwerte der drei angepassten Spektren aus Abschnitt 6.1.1.2 zusammengetragen. TRMS Eis I fasst die beiden oberflächennahen Messungen der Tiefensondierung auf dem gefrorenen See Prestvannet zusammen (Abschnitt 6.2.2). Entsprechend befinden sich in der nächsten Zeile TRMS Eis/Wasser Mittelungen über die tieferen Messungen. In der Zeile TRMS Schnee sind Ergebnisse der Anpassung des 1D-Profiles aus der Uferregion von Prestvannet zusammengefasst (Abschnitt 6.2.3). TRMS Eis II sind entsprechende Mittelwerte der Spektren, die auf dem gefrorenen See gemessen wurden.

Der größte Wert für ϵ_{DC} wurde mit den Tiefensondierungen TRMS Eis/Wasser bestimmt $(9,9 \pm 0,1) \cdot 10^3$. Das Ergebnis der Messungen auf Eis und dem darunter liegenden Seewasser unterscheidet sich deutlich von den übrigen Untersuchungen, die entweder nur auf gefrorenem Wasser oder Schnee stattgefunden haben und ist dreimal größer. Unabhängig vom Messort liefern Untersuchungen, die auf Eis oder Schnee durchgeführt wurden ähnliche Ergebnisse für ϵ_{DC} um 300.

Die Messungen TRMS Eis/Wasser liefern auch den größten Wert für ϵ_{HF} mit 77 ± 15 . Der kleinste Wert wurde aus den Messungen TRMS/Eis I bestimmt. ϵ_{HF} beträgt 22 ± 12 und ist verglichen mit Untersuchungen auf dem gefrorenen und flüssigen Wasser viermal niedriger.

Die angepassten Relaxationszeiten der verschiedenen Messorte unterscheiden sich in der D1-Parametrisierung maximal um eine Größenordnung. Die größte Relaxationszeit wurde aus Messungen auf gefrorenem Seewasser abgeleitet (TRMS Eis I) und beträgt $(4,4 \pm 0,8) \cdot 10^{-4}$ s. Die kleinste Relaxationszeit wurde aus der Messung auf Schnee bestimmt (TRMS Schnee) und beträgt $(2,7 \pm 1,9) \cdot 10^{-5}$ s.

Der spezifische Widerstand variiert in Abhängigkeit der verschiedenen Messorte am stärksten. Der höchste Wert resultiert aus Messungen auf dem gefrorenen Seewasser (TRMS Eis II) und beträgt (320 ± 380) k Ω m. Am niedrigsten ist ρ_{DC} für Messungen auf gefrorenem und flüssigen Seewasser (TRMS Eis/Wasser) und beträgt $(6,6 \pm 3,2)$ k Ω m.

Tabelle 6.11: Zusammenfassung von gemittelten Parametern zur Beschreibung der effektiven komplexen relativen Permittivität von Feldmessungen, die auf der Zugspitze (ZS) und in Tromsø (TRMS) durchgeführt wurden. Die effektive komplexe relative Permittivität ist mit ϵ_{DC} , ϵ_{HF} , τ und ρ_{DC} einfach Debye-Parameterisiert (D1). In den Zeilen der Messungen ZS Eis, TRMS Eis I und TRMS Eis/Wasser bezieht sich die Mittelung auf verschiedenen großen Eintingtiefen t bei festem Mittelpunkt der Elektrodenanaloge. In den Zeilen der Messungen TRMS Permafrost/Schnee und TRMS Eis II bezieht sich die Mittelung auf die Position auf dem vermessenen Profil bei konstanter Eindringtiefe t .

	t (m)	ϵ_{DC} (-)	ϵ_{HF} (-)	τ (s)	ρ_{DC} (Ωm)
ZS	$(1,5 \pm 1,7)$	$(3,3 \pm 0,2) \cdot 10^2$	$(5,4 \pm 1,8) \cdot 10^1$	$(2,4 \pm 0,3) \cdot 10^{-5}$	$(1,0 \pm 0,0) \cdot 10^5$
Eis					
TRMS	$(3,0 \pm 3,0)$	$(2,7 \pm 0,3) \cdot 10^3$	$(2,2 \pm 1,2) \cdot 10^1$	$(4,4 \pm 0,8) \cdot 10^{-4}$	$(1,3 \pm 0,4) \cdot 10^4$
Eis I					
TRMS	$(8,0 \pm 8,7)$	$(9,9 \pm 0,1) \cdot 10^3$	$(7,7 \pm 1,5) \cdot 10^1$	$(1,9 \pm 0,4) \cdot 10^{-5}$	$(6,6 \pm 3,2) \cdot 10^3$
Eis/Wasser					
TRMS	$(1,5 \pm 0,0)$	$(2,1 \pm 1,2) \cdot 10^2$	$(2,5 \pm 0,8) \cdot 10^1$	$(6,4 \pm 3,2) \cdot 10^{-5}$	$(4,6 \pm 4,0) \cdot 10^4$
Schnee/Permafrost					
TRMS	$(1,5 \pm 0,0)$	$(4,2 \pm 1,1) \cdot 10^2$	$(1,2 \pm 0,4) \cdot 10^1$	$(3,1 \pm 0,4) \cdot 10^{-5}$	$(1,3 \pm 0,4) \cdot 10^4$
Eis II					

7 Diskussion der Ergebnisse

In der vorliegenden Arbeit wurden Feldmessungen aus periglazialen Gebieten mit der Chameleon-Apparatur von Radic Research Berlin vorgestellt. Das neuartige Messsystem ermöglicht phasensensitive 4-Punkt-Impedanzmessungen in einer einmaligen Bandbreite zwischen 20 Hz und 240 kHz auf Basis kapazitiv angekoppelter Elektroden. Betrag und Phase von Impedanzspektren, welche auf natürlichem Eis und Schnee gemessen wurden, zeigen eine typische Frequenzabhängigkeit, die aufgrund der Parameterstudien aus Kapitel 3 erwartet wurde. Da bis zur Zeit der vorliegenden Arbeit keine vergleichbaren Feldmessungen durchgeführt wurden, werden zunächst methodische Ergebnisse diskutiert.

7.1 Einfluss der Elektrodenhöhe

Aus theoretischen Überlegungen geht hervor, dass die Höhe der Elektroden über dem untersuchten Untergrund einen signifikanten Einfluss auf gemessene 4-Punkt-Impedanzen haben kann (Kapitel 3, Abschnitt 3.1.1). Parameterstudien haben gezeigt, dass die charakteristische Dispersion der komplexen relativen Permittivität von Eis. Effekte der Elektrodenhöhe auf die 4-Punkt-Impedanz verringert (Kapitel 3, Abschnitt 3.4). Ursache dafür ist die Kombination aus einer großen relativen Permittivität und einem großen spezifischen Widerstand, welche insbesondere im niederfrequenten Bereich typisch für Eis ist.

Die gemeinsame Elektrodenhöhe aller Elektroden wurde als freier Parameter in die Datenanpassung einbezogen (Kapitel 5, Abschnitt 5.2). Die Anpassung der auf Eis und schneebedecktem Permafrostboden gemessenen 4-Punkt-Impedanz und eine anschließende Analyse der Auflösbarkeit der invertierten Parameter haben gezeigt, dass die ermittelte scheinbare Elektrodenhöhe einzeln aufgelöst wird, ohne dabei an die wichtigen, elektrischen Parameter gebunden zu sein. Weiterhin ist die Elektrodenhöhe im Vergleich zu den Untergrundparametern während der Anpassungen der unwichtigste Parameter (Kapitel 6). Damit stützen die experimentellen Ergebnisse die theoretischen Überlegungen, welche zu Beginn vorgestellt wurden. Die charakteristische Dispersion von Eis ermöglicht kapazitiv angekoppelte Impedanzmessungen, unabhängig von der Höhe der Elektroden über dem Untergrund, insofern diese hinreichend klein sind ($\leq 10^{-2}$ m) (Kapitel 3, Abschnitt 3.4).

Die prozentuale Abweichung zwischen dem Betrag der berechneten Impedanz $|Z(h_0)|$ mit der gemeinsamen Elektrodenhöhe $h_0 = 0$ m und der invertierten Impedanz $|Z(h)|$, in welche die Elektrodenhöhe h als freier Parameter eingeht, ist für alle Feldmessungen kleiner als 10% (Abbildung 7.1). Abbildung 7.1 zeigt auch die prozentuale Abweichung von Laborergebnissen (violett gefüllte Kreise). Die Labormessungen fanden bei einer gemeinsamen Elektrodenhöhe größer als 10^{-2} m statt. Darüber hinaus ist bei einem moderaten spezifischen Widerstand die Permittivität des untersuchten Bodens vernachlässigbar. Die-

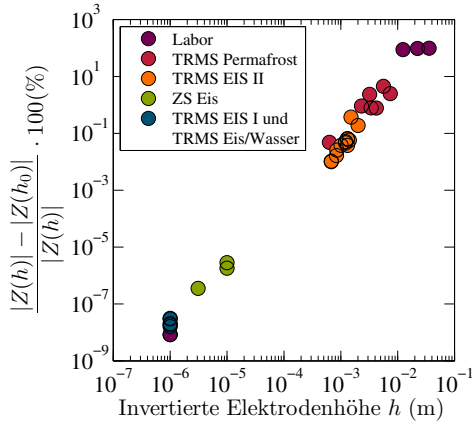


Abbildung 7.1: Prozentuale Abweichung des Betrags von der berechneten Impedanz $Z(h_0)$ bei der Elektrodenhöhe $h_0 = 0\text{ m}$ und der invertierten Impedanz $Z(h)$, die von der scheinbaren Elektrodenhöhe h abhängt.

se Faktoren führen dazu, dass die prozentuale Abweichung um 100% liegt.

Darüber hinaus besteht in der doppelt-logarithmischen Darstellung ein linearer Zusammenhang zwischen der prozentualen Abweichung von $Z(h)$ und $Z(h_0)$ und der invertierten Elektrodenhöhe. Je kleiner die invertierte scheinbare Elektrodenhöhe ist, desto kleiner ist die Abweichung zwischen $Z(h)$ und $Z(h_0)$.

7.2 Parametrisierungen der effektiven komplexen relativen Permittivität

Für die Anpassung der gemessenen Impedanzspektren wurde die effektive komplexe relative Permittivität in Abhängigkeit der Frequenz parametrisiert. Mit dem Ziel den Untergrund mit aussagekräftigen Parametern zu beschreiben, wurden die einfache Debye-, die zweifache Debye-, die einfache Cole-Cole- und die zweifache Cole-Cole-Parametrisierung verwendet (Kapitel 3, Abschnitte 3.3.1) bis 3.3.2.1.

Das einfache Debye-Modell (D1) beschreibt eine Relaxation und benötigt die kleinste Anzahl an Modellparametern, während das zweifache Cole-Cole-Modell (CC2) zwei Relaxationen mit der größten Anzahl an Modellparametern ermöglicht. Im Sinne der besten Datenanpassung ist die Anpassung mit CC2-Parametrisierung den übrigen Modellen überlegen, weil die Anzahl der Modellparameter am größten ist. Es hat sich herausgestellt, dass die angepassten Frequenzexponenten der Cole-Cole-Modelle aller Messungen nah bei Eins liegen, weshalb im Rahmen der vorliegenden Arbeit Debye-Modelle als Parametrisierung bevorzugt werden.

Die Anpassung mit D2-Modellen führt systematisch zu recht großen Werten für den

niederfrequenten Grenzwert ϵ_{DC} , so dass aus der D1- und D2- Parametrisierung verschiedene Ergebnisse für ϵ_{DC} hervorgehen (Abbildung 7.2).

Im hochfrequenten Bereich zwischen 5 KHz und 240 KHz stimmen die beiden Spektren mit D1- (blaue Kurve) und D2-Parametrisierung (rote Kurve) dennoch nahezu überein. Die Relaxationszeiten τ_2 (D2) und τ_1 (D1) weisen für alle angepassten Spektren eine große Ähnlichkeit auf, sowie ϵ_{IM} (D2) und ϵ_{DC} (D1) (Kapitel 6, Abschnitt 6.2.7, Tabellen 6.6 und 6.7), so dass die Differenzen der Grenzwerte $\Delta D1 = \epsilon_{DC}(D1) - \epsilon_{HF}(D1)$ und $\Delta D2_2 = \epsilon_{IM}(D2) - \epsilon_{HF}(D2)$ vergleichbare Werte liefern.

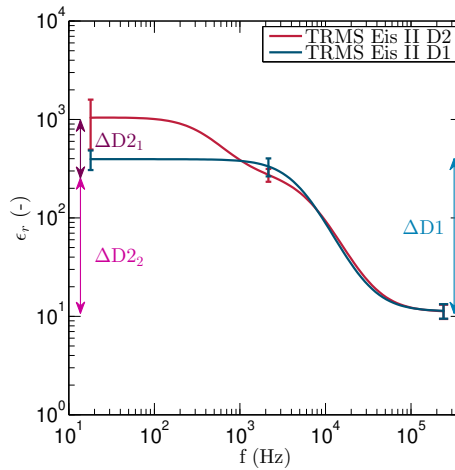


Abbildung 7.2: Frequenzabhängiger Realteil der effektiven relativen Permittivität, welche aus Impedanzmessungen auf einem gefrorenen See in Tromsø ermittelt wurde (Kapitel 6, 6.2.7, Tabellen 6.6 und 6.7, Zeile 1-10). ϵ_r ist mit D1-Parametrisierung (blaue Kurve) und in D2-Parametrisierung (rote Kurve) dargestellt. Pfeile markieren die Differenz zwischen $\epsilon_r(f)$ vor und nach der Relaxation. Die D1-Parametrisierung beschreibt eine Relaxation $\Delta D1$ (blau), die D2-Parametrisierung zwei $\Delta D2_1$ (violett) und $\Delta D2_2$ (pink). Die Spektren sind aus zehn Messungen gemittelt (Kapitel 6, 6.2.7, Tabellen 6.6 und 6.7, Zeile 1-10). Die Fehlerbalken stellen die Standardabweichung dar.

Grimm et al. (2015) teilen natürliches Eis anhand der Anzahl seiner Relaxationen in drei Kategorien ein. Der Einteilung liegen umfangreiche Labormessungen an Bohrkernen aus Gletschern und gefrorenen Gletscherseen zu Grunde:

1. Schnee und aus Niederschlägen gebildetes Eis weisen zwei Relaxationen auf, wobei eine vom natürlichen Eis stammt und die zweite durch Verunreinigungen verursacht wird.
2. Temperiertes Eis bezeichnet gefrorenes Wasser um den Gefrierpunkt, das mit einer Relaxation beschrieben werden kann.

3. Subglaziales gefrorenes Seewasser weist eine Relaxation auf.

Ergebnisse der Feldmessung auf der Zugspitze (Deutsch/Österreichische Alpen) lassen sich am besten dem temperierten Eis mit einer Relaxation zuordnen. Es wurde nicht durch Niederschlag gebildet und ist aufgrund der abgeschiedenen Lage in einem Kammstollen vermutlich am wenigsten mit Verunreinigungen versetzt.

Aus der Anpassung der Tiefensondierung auf dem gefrorenen See Prestvannet in Tromsø (Norwegen) mit CC2-Parametrisierung gehen zwei Relaxationszeiten hervor, die quantitativ typisch für Grenzflächenwasser und Eis sind (Grimm und Stillman, 2015).

Messungen, die am Ufer des Sees auf schneebedecktem gefrorenen Torfboden durchgeführt wurden, werden am besten durch eine Relaxation angepasst, entsprechend der Einteilung nach Grimm et al. (2015) für Eis, welches aus Schnee und Niederschlägen gebildet wurde.

7.3 Ermittelte Untergrundparameter

Temperiertes natürliches Eis ist im Gegensatz zu reinem, kalten, im Labor präparierten Eisproben wenig untersucht (Kulessa, 2007). Die elektrischen Parameter von Eis sind anhängig von (Grimm et al., 2015)

1. der Temperatur,
2. dem Grad der Verunreinigung,
3. der Art der Verunreinigung und
4. dem Prozess der Entstehung.

Daher sind Vergleiche mit Literaturwerten bislang nur hinsichtlich der Plausibilität möglich. Allgemein ist der Realteil der ermittelten frequenzabhängigen effektiven Permittivität größer als die Permittivität von reinem Eis, welche aus Labormessungen bestimmt wird. Abbildung 7.3 zeigt als Beispiel dafür zwei in dieser Arbeit ermittelten Spektren vom Realteil der komplexen effektiven Permittivität (TRMS EIS II (rot) und TRMS EIS II (blau)) im Vergleich mit einem Spektrum, das bei $T = -3^{\circ}\text{C}$ für reines Eis bestimmt wurde (Petrenko und Whitworth, 1999, S. 15, Abb. 5.15). Sobald die Messfrequenz größer als $f = 100\text{Hz}$ ist, sind die in dieser Arbeit ermittelten Werte (rote und blaue Kurve) abhängig von der Messfrequenz eine halbe oder eine ganze Größenordnung größer als für reines Eis (weiß gefüllte Kreise).

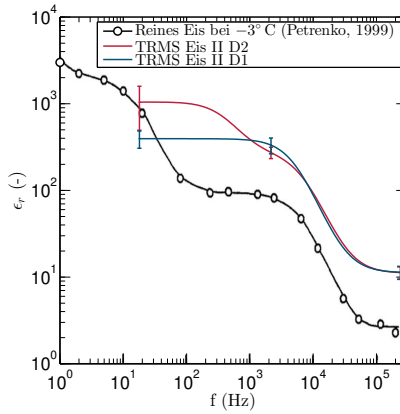


Abbildung 7.3: Frequenzabhängiger Realteil der effektiven relativen Permittivität zwischen $f = 1$ Hz und $f = 300$ kHz in doppelt-logarithmischer Darstellung über der Frequenz. ϵ_r wurde aus Labormessungen an künstlich hergestelltem reinen Eis bei $T = -3^\circ\text{C}$ ermittelt (Petrenko und Whitworth, 1999, S. 15, Abb. 5.15)

Der niederfrequente Grenzwert ϵ_{DC} : Der niederfrequente Grenzwert ϵ_{DC} wird zwar durch alle Anpassungen aufgelöst, ist aber als einziger Modellparameter stark von der Wahl der Parametrisierung betroffen. Je nachdem, ob das einfache Debye- (D1) oder das zweifache Debye-Modell (D2) verwendet wird, ergeben sich unterschiedliche Werte. Wie im voran gegangenen Abschnitt erläutert (Abbildung 7.2), werden mit der D2-Parametrisierung systematisch größere Grenzwerte erreicht als mit D1-Parametrisierung.

Für ϵ_{DC} fällt es am schwersten geeignete Literaturwerte zum Vergleich zu finden, da bis zum Zeitpunkt der vorliegenden Arbeit kaum vergleichbare Feldexperimente durchgeführt worden waren. Deshalb wird die Plausibilität der ermittelten Werte mit Labormessungen verglichen, die an reinem und mit Mineralien versetzten Proben durchgeführt wurden.

Aus der Tiefensonndierung auf dem gefrorenen See Prestvannet in Tromsø, welche tief in das Wasser unterhalb der gefrorenen Oberfläche eindringt, geht im Mittel der größte Wert für den niederfrequenten Grenzwert hervor $\epsilon_{DC} = (9,9 \pm 0,1) \cdot 10^3$. ϵ_{DC} scheint recht groß, ist aber im Vergleich zu Literaturwerten durchaus plausibel. Angulo-Sherman und Mercado-Urbe (2011) haben den Realteil der Permittivität von Frischwasser im Labor bei $T = 26^\circ\text{C}$ bestimmt, der bei $f = 100$ Hz $\epsilon' = 3 \cdot 10^6$ beträgt. Seshadri et al. (2008) haben im Labor für reines Wasser zwischen $T = -5^\circ\text{C}$ und $T = 5^\circ\text{C}$ bei $f = 100$ Hz $\epsilon' \approx 10^3$ bestimmt.

Der hochfrequente Grenzwert ϵ_{HF} : Auf dem gefrorenen See Prestvannet in Tromsø wurde aus Tiefensonndierungen, die tief in das Wasser unterhalb der gefrorenen Oberfläche eindringen, ein hochfrequenter Grenzwert der relativen Permittivität bestimmt, der im Mittel bei $\epsilon_{HF} = (77 \pm 15)$ liegt. Der ermittelte Wert ist vergleichbar mit der allge-

mein bekannten relativen Permittivität von flüssigem Wasser. Beispielsweise beträgt ϵ_r nach Carsey (1992) für natürliches Frischwasser um 278 K zwischen 67 und 80. Hauck und Kneisel (2008) geben als Schätzwert für Radarmessungen in Permafrostarealen für Wasser $\epsilon_{HF} = 80$ an.

Aus Feldmessungen, die auf der Zugspitze und in Tromsø über Eis stattgefunden haben, gehen hochfrequente Grenzwerte zwischen $\epsilon_{HF} = (12 \pm 4)$ und $\epsilon_{HF} = (54 \pm 18)$ hervor. Seshadri et al. (2008) geben für Labormessungen von reinem Wassereis bei $T = 269$ K $\epsilon_r(f = 1 \text{ MHz}) = 30$ an. Bei einer NaCl-Konzentration von 58 g/l verdoppelt sich der ermittelte Wert auf ungefähr $\epsilon_{HF} = 60$. (Zur Einordnung der Konzentrationen: Mineralwasser enthält 0,12 g/l Natrium und 0,04 g/l Chlorid, wobei die Gesamtmineralisierung (durch alle Mineralien) bei 2,5 g/l liegt (gerolsteiner.de). Von Zutrittswasser, welches in Schachtanlagen oder Stollen eindringt, die durch Salzstöcke führen, beträgt die Gesamtkonzentration 30 – 40 g/l (endlager-morsleben.de).)

Die Relaxationszeit τ : Alle ermittelten Relaxationszeiten liegen im typischen Bereich von temperiertem Eis zwischen 10^{-5} s und 10^{-4} s (Alvarez, 1973; Johari und Whalley, 1981; Bittelli et al., 2004; Kullessa, 2007; Seshadri et al., 2008).

Der niederfrequente Grenzwert ρ_{DC} : Der mittlere niederfrequente Grenzwert des spezifischen Widerstandes ρ_{DC} beträgt für die Eisschicht, die den Boden des Steinenstollens unterhalb der Zugspitze bedeckt, im Mittel $\rho_{DC} = 100 \text{ k}\Omega\text{m}$. Für das Eis des gefrorenen Sees Prestvannet in Tromsø wurde im Mittel an zwei verschiedenen Tagen $\rho_{DC} = (13 \pm 04) \text{ k}\Omega\text{m}$ bestimmt. Kullessa (2007) gibt für natürliches Eis aus Permafrostarealen den Bereich zwischen $\rho = 10 \text{ k}\Omega\text{m}$ und $\rho = 100 \text{ k}\Omega\text{m}$ als typisch an.

Sobald auf dem gefrorenen See das mit der Impedanzmessung untersuchte Gesamtvolumen das unter dem Eis liegende Seewasser einschließt, sinkt der spezifische Widerstand im Mittel auf $(6,6 \pm 3,2) \text{ k}\Omega\text{m}$. Seshadri et al. (2008) haben für reines Wasser bei $T = -5^\circ\text{C}$ und $T = 5^\circ\text{C}$ zwischen $f = 20 \text{ Hz}$ und $f = 100 \text{ Hz}$ $\rho \approx 30 \text{ k}\Omega$ und $\rho \approx 20 \text{ k}\Omega$ im Labor bestimmt. Sobald das Wasser mit Mineralien versetzt wird, sinken die Werte im selben Frequenzbereich um eine Dekade.

Übersicht über gemittelte nieder- und hochfrequente Grenzwerte ρ_{DC} , ϵ_{DC} und ϵ_{HF} aller Messorte: Abschließend werden die Parameter, welche in der vorliegenden Arbeit aus 4-Punkt-Impedanzen bestimmt wurden, den Bereichen gegenüber gestellt, die zu Beginn der Arbeit (2, Abschnitt 2.1.3.2 Abbildung 2.1) für ρ' und ϵ' in Permafrostgebieten und verschiedenen Vorkommen von flüssigem und gefrorenem Wasser vorgestellt wurden.

Abbildungen 7.4 und 7.5 zeigen die Wertebereiche von ρ' und ϵ' aus Abbildung 2.1. Es wurden Teilabbildungen hinzugefügt, welche die in dieser Arbeit ermittelten elektrischen Parameter ρ_{DC} , ϵ_{DC} und ϵ_{HF} aus Kapitel 6, Abschnitt 6.3, Tabelle 6.11 zeigen. Die Grenzwerte sind für die verschiedenen Messorte gemittelt. Die Standardabweichungen werden als Fehlerbalken angegeben.

In Abbildung 7.4 wird gezeigt, dass der niederfrequente Grenzwert der Permittivität ϵ_{DC} von Eis aus dem Zugspitze Seitenstollen ZS Eis (violett) und des gefrorenen Sees in Tromsø TRMS Eis II (blau) in der oberen Hälfte des Bereichs für Frischwassereis liegt,

während TRMS Eis I (rot) am oberen Ende des Bereichs einordnet. Der gemeinsame Grenzwert für Eis und darunter liegendes Wasser (TRMS Eis/Wasser, orange) liegt in der Mitte des Bereichs, der für Fischwasser angegeben wird. ϵ_{DC} von schneebedecktem Permafrostboden (TRMS Schnee/Permafrost, grün) ordnet sich in der Mitte des Intervalls ein, welches für Permafrost angegeben ist. Entsprechende hochfrequente Grenzwerte ϵ_{HF} aller Messorte sind im unteren Bereich von Frischwassereis und Permafrost angesiedelt.

Abbildung 7.5 veranschaulicht, dass ρ_{DC} der verschiedenen Messorte in den Bereich von Frischwassereis hineinreicht und vollkommen mit ρ' aus Permafrostboden übereinstimmt.

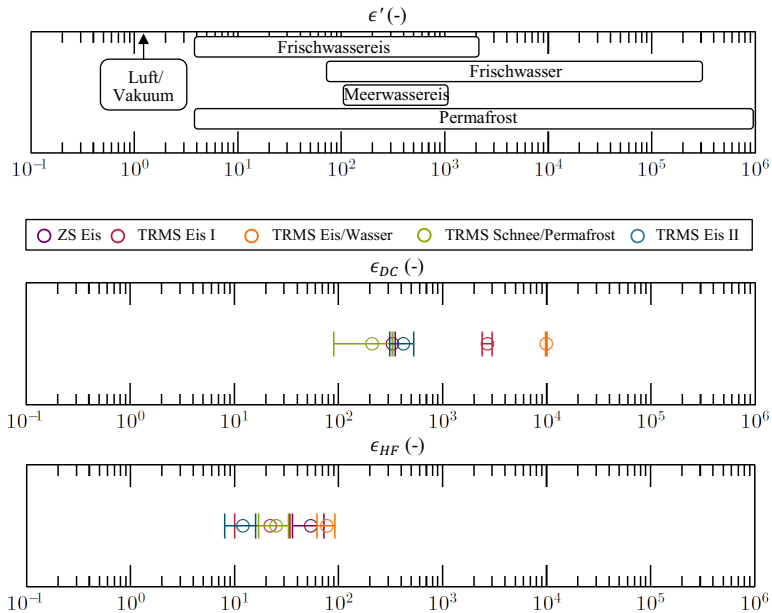


Abbildung 7.4: Oben: Realteil der komplexen relativen Permittivität für verschiedene Vorkommen von Wasser. Quellen: Vakuum aus u.a. Jackson (1999); Salz-, beziehungsweise Meerwasser aus Hallikainen und Winebrenner (1992); Frischwasser aus Angulo-Sherman und Mercado-Urbe (2011); Frischwassereis aus Takei und Maeno (1997); Permafrost aus Seshadri et al. (2008). Mitte: In dieser Arbeit bestimmte gemittelte niederfrequente Grenzwerte von ϵ_{DC} . Unten: Entsprechende hochfrequente Grenzwerte ϵ_{HF} . Fehlerbalken geben die Standardabweichung der Mittelwerte an.

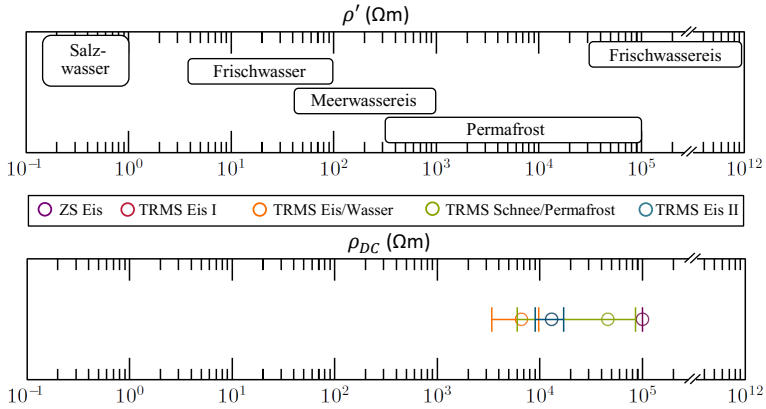


Abbildung 7.5: Oben: Realteil der komplexen Leitfähigkeit, beziehungsweise des spezifischen Widerstandes, für verschiedenen Vorkommen von Wasser. Quellen: ρ' : Salz-/Meerwasser aus u.a. Palacky (1988); Frischwasser aus Palacky (1988); Frischwassereis aus Takei und Maeno (1997); Permafrost aus Krautblatter et al. (2010) und Kneisel et al. (2008). Unten: In dieser Arbeit bestimmte gemittelte Grenzwerte des spezifischen Widerstandes ρ_{DC} (Kapitel 6, Abschnitt 6.3, Tabelle 6.11). Unten: Realteil der komplexen relativen Permittivität für verschiedene Vorkommen von Wasser (Quellen unter (a) angegeben). (d) In dieser Arbeit bestimmte gemittelte niederfrequente Grenzwerte von ϵ_{DC} . (d) Entsprechende hochfrequente Grenzwerte ϵ_{HF} . Fehlerbalken geben die Standardabweichung der Mittelwerte an.

Zusammenfassung

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Bestimmung der komplexen Permittivität aus Messungen der 4-Punkt-Impedanz auf Basis kapazitiver Ankopplung in einem breiten Frequenzband zwischen $f = 20\text{ Hz}$ und $f = 240\text{ Hz}$ unter schwierigen Bedingungen in Permafrostgebieten. Zum Zeitpunkt der vorgestellten Arbeit stand weder eine geeignete Apparatur, noch eine Software für die Anpassung gemessener Impedanzspektren in der benötigten Bandbreite zur Verfügung. Aus diesem Grund wurden zunächst methodische Fragestellungen bearbeitet.

Zwei Aspekte wurden intensiv untersucht. Zu Beginn der Arbeit war unklar, wie genau die Höhe der kapazitiv angekoppelten Elektroden über dem Untergrund bekannt sein muss, um aus der 4-Punkt-Impedanz die gesuchten elektrischen Parameter zu bestimmen. Es hat sich herausgestellt, dass die charakteristische Dispersion von Eis zu einer Abnahme der Empfindlichkeit der Impedanz gegenüber Variationen der Elektrodenhöhe führt. Die Dispersion von Eis geht, insbesondere im niederfrequenten Bereich ($f < 1\text{ kHz}$), mit großen spezifischen Widerständen einher, welche die Ursache für die geringe Empfindlichkeit sind. Dies ist eine der wichtigsten Erkenntnisse aus den theoretischen Überlegungen dieser Arbeit.

Darüber hinaus wurde der Höhenfaktor vorgestellt, welcher eine unbekannte Variable der Impedanzmessung mit einer kapazitiv angekoppelten 4-Punkt-Anordnung ist. Durch die Einführung des Höhenfaktors reduziert sich die Anzahl der freien Parameter während der Inversion gemessener Impedanzen. Alle möglicherweise verschiedenen Elektrodenhöhen einer 4-Punkt-Anordnung werden durch eine einzige scheinbare Elektrodenhöhe repräsentiert. Der Höhenfaktor wird in Abhängigkeit der scheinbaren Elektrodenhöhe gebildet. Die Anwendbarkeit des Höhenfaktors auf Basis der scheinbaren Elektrodenhöhe hat sich in der Praxis bewährt.

Der zweite wesentlichen Aspekt ist die Auswertung gemessener Impedanzen, welche aus ersten Feldmessungen mit der neuartigen Apparatur in einem weiten Frequenzband durchgeführt wurden. Die Inversion der Spektren erfordert eine frequenzabhängige Parametrisierung der Impedanz. Zu diesem Zweck wurde eine der Variablen der Impedanz, die effektive komplexe Permittivität, mit einfachen und zweifachen Debye- und Cole-Cole-Modellen parametrisiert. Anhand einer Analyse der Jacobimatrix und ihrer Spektralwertzerlegung, welche Nebenprodukte der Inversion sind, hat sich herausgestellt, dass gemessene Impedanzen von Eis am effizientesten durch einfache- und zweifache Debye-Modelle beschrieben werden.

Des Weiteren folgt aus der Analyse der Spektralwertzerlegung das wichtigste Ergebnis der vorliegenden Arbeit. Die Bestimmbarkeit der gesuchten elektrischen Parameter wird entgegen der anfänglichen Befürchtung nicht durch die scheinbare Elektrodenhöhe

gestört. Die scheinbare Elektrodenhöhe wird in der Mehrheit aller Anpassungen allein aufgelöst und ist dabei in Relation zu den elektrischen Parametern der unwichtigste Parameter. Dass die Dispersion von Eis zu einer Abnahme der Sensitivität gegenüber der Elektrodenhöhe führt, ging bereits aus theoretischen Überlegungen hervor und wird durch Erfahrungen aus der Praxis untermauert.

Es wurde außerdem gezeigt, dass alle Parameter des einfachen Debye-Modells aufgelöst werden. Besonderes Interesse bestand darin, mit der neuartigen Methode erstmals die nieder- und hochfrequenten Grenzwerte der relativen Permittivität, ϵ_{DC} und ϵ_{HF} , zu bestimmen, um dadurch die Lücke zu anderen Geophysikalischen Methoden zu schließen. Ein Vergleich der Parameter der effektiven komplexen Impedanz mit Literaturwerten lässt darauf schließen, dass die ermittelten Größen durchaus plausibel sind.

Literaturverzeichnis

- Alvarez, R., 1973, Permafrost: Relation between ice content and dielectric losses at 100k, Earth and Planetary Science Letters, 20, 409 – 414
- Angulo-Sherman, A., Mercado-Uribe, H., 2011, Dielectric spectroscopy of water at low frequencies: The existence of an isopermittive point, Chem. Phys. Lett., 503, 327 – 330
- Artemov, V., Volkov, A., 2014, Water and ice dielectric spectra scaling at 0°C, Ferroelectrics, 466, 158 – 165, issue 1: Proceedings of the Thirteenth International Meeting on Ferroelectricity (IMF-13)
- Becker, R. & Sauter, F., 1973, Theorie der Elektrizität, Band 1: Einführung in die Maxwellsche Theorie Elektronentheorie Relativitätstheorie, B.G Teubner Stuttgart
- Bendat, J., Piersol, A., 1971, Random Data: Analysis and Measurement Procedures, Wiley, 4th Aufl.
- Bernstein, H., 2015, Bauelemente der Elektronik, De Gruyter Oldenbourg
- Bevington, P., Robinson, D., 2003, Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences, McGraw-Hill Higher Education, 3rd Aufl.
- Bittelli, M., Flury, M., Roth, K., 2004, Use of dielectric spectroscopy to estimate ice content in frozen porous media, Water Resources Research, 40, W04 212 1–11
- Blindow, N., Richter, T., Petzold, H., 1997, Geophysik, Bd. 3 von BGR Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe (Hrsg.) in Handbuch zur Erkundung des Untergrundes von Deponien und Altlasten, Kap. 6 Bodenradar, S. 389–424, Springer
- Bordonsky, G., Istomin, A., Tsyrenzhapov, S., 2002, Dependence of the real part of the dielectric permittivity of freshwater ice on the temperature and storage time in the centimeter wave range, Radiophysics and Quantum Electronics, 45
- Bradford, J., Harper, J., Brown, J., 2009, Complex dielectric permittivity measurements from ground-penetrating radar data to estimate snow liquid water content in the pendular regime, Water Resources Research, 45, W08 403 1–12
- Buchner, R., Barthel, J., Stauber, J., 1999, The dielectric relaxation of water between 0°C and 35°C, Chem. Phys. Lett., 306, 57 – 63

- Burton, B., Cannina, J., 2011, Capacitively coupled resistivity survey of the levee surrounding the omaha public power district nebraska city power plant, june 2011, Techn. Ber., U.S. Geological Survey
- Carsey, F., 1992, Microwave Remote Sensing of Sea Ice, Bd. Geophysical Monograph 68, American Geophysical Union AGU Books Board
- Chadburn, S., Burke, E., Cox, P., Friedlingstein, P., Hugelius, S., 2017, An observation-based constraint on permafrost loss as a function of global warming, *Nature Climate Change*, 7, 340 – 344
- Cole, K., Cole, R., 1941, Dispersion and absorption in dielectrics i. alternating current characteristics, *The Journal of Chemical Physics*, 9, 341–351
- Dashevsky, Y., Dashevsky, O., Filkovsky, M., Synakh, V., 2005, Capacitance sounding: a new geophysical method for asphalt pavement quality evaluation, *Journal of Applied Geophysics*, S. 95–106
- Dembroeder, W., 1995, Experimentalphysik 2 Elektrizität und Optik, Bd. 3. Auflage, Springer
- Dirks, H., 1996, Quasi-stationary fields for microelectronic applications, *Electrical Engineering*, 97, 145–155
- Dobinski, W., 2011, Permafrost, *Earth-Science Reviews*, 108, 158–169
- Douma, M., Timofeev, V., Rogozinski, A., Hunter, J., 1994, A capacitive – coupled ground resistivity system for engineering and environmental applications: Results of two canadian field tests, Expanded Abstracts of the 64th Annual Meeting of the Society of Exploration Geophysicists, S. 559 – 561
- Everett, M., 2013, Near-Surface Applied Geophysics, Cambridge University Press
- Flageul, S., Dabas, M., Thiesson, J., Reijiba, F., Tabbagh, A., 2013, First in situ test of a new electrostatic resistivity meter, *Near Surface Geophysics*, 11, 265 – 273
- Fortier, R., Allard, M., Seguin, M., 1993, Effekt of physical properties of frozen ground on electrical resistivity logging, *Cold Regions Science and Technology*, 22, 361–384
- Gao, W., Sammes, N. M., 2000, An Introduction to Electronic and Ionic Materials, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.
- Grard, R., 1990, A quardupolar array for measuring the complex permittivity of the ground: application to earth prospection and planetary exploration, *Meas. Sci. Technol.*, 1, 295–301
- Grard, R., Tabbagh, A., 1991, A mobile four-elektrode array and its application to the elektrical survey of planetary grounds at shallow depth, *Journal of Geophysical Research*, 96, 4117–4123

- Grimm, R., Stillman, D., 2015, Field test of detection and characterisation of subsurface ice using broadband spectral-induced polarisation, *Permafrost and Periglac. Process.*, 26, 28–38
- Grimm, R., Stillman, D., MacGregor, J., 2015, Dielectric signatures and evolution of glacier ice, *Journal of Glaciology*, 61, 1159–1170
- Grimm, R. E., Stillman, D. E., Dec, S. F., Bullok, M. A., 2008, Low-frequency electrical properties of polycrystalline saline ice and salt hydrates, *Journal of Physical Chemistry*, 112 (48), 15 382–15 290
- Grosse, G., Goetz, S., McGuire, D., Romanovsky, V., Schuur, E., 2016, Changing permafrost in a warming world and feedbacks to the earth system, *Environ. Res. Lett.*, 11, 1–10
- Hallikainen, M., Winebrenner, D., 1992, The physical basis for sea ice remote sensing, *American Geophysical Union*
- Hauck, C., 2002, Frozen ground monitoring using dc resistivity tomography, *Geophysical Research Letters*, 29, 12–1 – 12–4
- Hauck, C., Kneisel, C., 2006, Application of capacitively-coupled and dc electrical resistivity imaging for mountain permafrost studies, *Permafrost and Periglac. Process.*, 17, 169–177
- Hauck, C., Kneisel, C., 2008, *Applied Geophysics in Periglacial Environments*, Cambridge University Press
- Hauck, C., Vonder Mühll, D., 2003, Permafrost monitoring using time-lapse resistivity tomography, *Permafrost*, S. 361–366
- Hauck, C., Bötcher, M., Maurer, H., 2011, An new model for estimating subsurface ice content based on combined electrical and seismic data sets, *The Cryosphere*, 5, 453 – 468
- Hobbs, P., 2010, *Ice Physics*, Oxford Classic Texts in the Physical Sciences, OUP Oxford, ISBN 9780199587711
- Hördt, A., Weidelt, P., Przyklenk, A., 2013, Contact impedance of grounded and capacitive electrodes, *Geophysical Journal International*, doi: 10.1093/gji/ggs091
- Jackson, J., 1999, *Klassische Elektrodynamik*, de Gruyter, 4. auflage Aufl.
- Jeffrey, E., Abraham, J., Burton, B., 2008, Scientific investigations report 2008-5091: Resistivity profiling for mapping gravel layers, amargosa desert research site, nevada, Techn. Ber., U.S. Department of the Interior / U.S. Geological Survey
- Johari, G. P., Whalley, E., 1981, The dielectric properties of ice Ih in the range 272-133 K, *The Journal of Chemical Physics*, 75, 1333–1340

- Jol, H. M., 2008, Ground Penetrating Radar Theory and Applications, Elsevier Science, 1 Aufl.
- Kane, D., Hinzmann, L., Zarling, J., 1991, Thermal response of the active layer to climatic warming in a permafrost environment, *Col*, 19, 111 – 122
- Kemna, A., Binley, A., Ramirez, A., Daily, W., 2000, Complex resistivity tomography for environmental applications, *Chemical Engineering Journal*, 77, 11–18
- Kneisel, C., Hauck, C., Vonder Mühll, D., 2000, Permafrost below the timberline confirmed and characterized by geoelectrical resistivity measurements, bever valley, eastern swiss alps., *Permafrost and Periglacial Processes*, 11, 295 – 304
- Kneisel, C., Hauck, C., Fortier, R., Moorman, B., 2008, Advances in geophysical methods for permafrost investigation, *Permafrost and Periglac. Process.*, 19, 157–178
- Kozhevnikov, N., Antonov, E., 2006, Fast-decaying ip in frozen unconsolidated rocks and potentialities for its use in permafrost-related tem studies, *Geophysical Prospecting*, 54, 383–397
- Krautblatter, M., Verleysdink, S., Flores-Orozco, A., Kemna, A., 2010, Temperature-calibrated imaging of seasonal changes in permafrost rock walls by quantitative electrical resistivity tomography (zugspitze, german/austrian alps), *Journal of Geophysical Research*, 115
- Kretzschmar, D., 2001, Untersuchungen zur Inversion von spektralen IP-Daten unter Berücksichtigung elektromagnetischer Kabelkopplungseffekte, Dissertation, Technische Universität Berlin
- Kulesa, B., 2007, A critical review of the low-frequency electrical properties of ice sheets and glaciers, *JEEG*, 12, 23–36
- Kuras, O., 2002, The Capacitive Resistivity Technique for Electrical Imaging of the Shallow Subsurface., Dissertation, University of Nottingham
- Kuras, O., Beamish, D., Meldrum, P., Ogilvy, R., 2006, Fundamentals of the capacitive resistivity technique, *Geophysics*, 71(3), G135–G152
- Kuras, O., Meldrum, P. I., Beamish, D., Ogilvy, R. D., Lala, D., 2007, Capacitive resistivity imaging with towed arrays, *JEEG*, 12, 267–279
- Lanczos, C., 1961, Linear Differential Operators, *Classics in Applied Mathematics*
- Lautz, G., 1985, Elektromagnetische Felder, B.G Teubner Stuttgart
- Levenberg, K., 1944, A method for the solution of certain problems in least squares, *Quart. Appl. Math.*, 2, 164–168
- Lewkowicz, A. G., Etzelmüller, B., Smith, S. L., 2011, Characteristics of discontinuous permafrost based on ground temperature measurements and electrical resistivity tomography, southern yukon, canada, *Permafrost and Periglac. Process.*, 22, 320–342

- Lines, L., Treitel, S., 1984, Tutorial: A review of least-squares inversion and its application to geophysical problems, *Geophysical P*, 32, 159–186
- Loewer, M., Günther, T., Igel, J., Kruschwitz, S., Martin, T., Wagner, N., 2017, Ultra-broad-band electrical spectroscopy of soils and sediments - a combined permittivity and conductivity model, *Geophysical Journal International*, 210, 1360–1373
- Loke, M., 2001, Pitfalls in 2-d resistivity surveys and inversion, in *Tutorial : 2-D and 3-D electrical imaging surveys*, Loke, M.H.
- Lorek, A., Wagner, N., 2013, Supercooled interfacial water in fine-grained soils probed by dielectric spectroscopy, *The Cryosphere*, 7, 1839 – 1855
- Marescot, L., Loke, M., D., C., Delaloye, R., Lambiel, C., Reynard, E., 2003, Assessing reliability of 2d resistivity imaging in permafrost and rock glacier studies using the depth of investigation index method, *Near Surface Geophysics*, 1, 57 – 67
- MathWorks, Inc., 2011, Optimization toolbox: User's guide (r2011b), abgerufen am 01.12.2011 von www.mathworks.com/help/pdf_oc/gads/gads_b.pdf, Techn. Ber.
- Maxwell, J., 1865, A dynamical theory of the electromagnetic field, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 155, 459–512
- McNeill, J., 1980, Technical note tn-6: Electromagnetic terrain conductivity measurements at low induction numbers, Techn. Ber., Geonics Limited
- Menke, W., 1984, *Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory*, Academic Press
- Militzer, H. & Weber, F., 1985, *Angewandte Geophysik Band 2 Geoelektrik - Geothermik - Radiometrie - Aerogeophysik*, Akademie-Verlag Berlin
- Moore, J., Maeno, N., 1993, Dielectric properties of frozen clay and silt soils, *Cold Regions Science and Technology*, 21, 265–273
- Murton, J., Kuras, O., Krautblatter, M., Cane, T., Tschofen, D., Uhlemann, S., Schober, S., Watson, P., 2016, Monitoring rock freezing and thawing by novel geoelectrical and acoustic techniques, *Journal of Geophysical Research: Earth Surface*, S. 1–24
- Mwenifumbo, C., Barrash, W., Knoll, M., 2009, Capacitive conductivity logging and electrical stratigraphy in a high-resistivity aquifer, Boise hydrogeophysical research site, *Geophysics*, 74, 125–133
- Niu, Q., Wang, Y.-H., 2013, Theoretical and experimental examinations of the capacitively coupled resistivity (line antenna) method, *Geophysics*, 78, 189 – 199
- Niu, Q., Wang, Y.-H., Zhao, K., 2014, Evaluation of the capacitively coupled resistivity (line antenna) method for the characterization of vadose zone dynamics, *Journal of Applied Geophysics*, 106, 119 – 127
- Oldenborger, G., LeBlanc, A.-M., 2013, Capacitive resistivity inversion using effective dipole length for line antennas, *Journal of Applied Geophysics*, 98, 229–236

- Olhoeft, G., 1977, Electrical properties of natural clay permafrost, *Canadian Journal of Earth Science*, 14, 16–24
- Palacky, G., 1988, *Electromagnetic methods in applied geophysics*, Bd. 1, Theory of Investigation in Geophysics No. 3, Society of exploration geophysics
- Parasnis, D., 1986, *Principles of Applied Geophysics*, Chapman and Hall, fourth edition Aufl.
- Pascale, G. D., Pollard, W., Williams, K., 2008, Geophysical mapping of ground ice using a combination of capacitive coupled resistivity and ground-penetrating radar, northwest territories, Canada, *Journal of Geophysical Research*, 113, F02S90 1–15
- Patra, H.P., M. K., 1980, *Methods in Geochemistry and Geophysics, Geosounding Principle, Band 2: Time-Varying Geoelektrik Soundings*, Elsevier Scientific Publishing Company
- Pennewitz, E., 2008, *Vorstudien für die Entwicklung eines Experiments zur Bestimmung elektrischer Eigenschaften von Körpern im Weltraum*, Diplomarbeit, Technische Universität Braunschweig
- Petong, P., Pottel, R., Kaatz, U., 2000, Ethanol mixtures at different compositions and temperatures. a dielectric relaxation study, *J. Phys. Chem.*, 104, 7420–7428
- Petrenko, V., 1993, *Electrical properties of ice*, Special Report 93-20, US Army Corps of Engineers: Cold Regions Research & Engineering Laboratory
- Petrenko, V., Whitworth, R., 1999, *Physics of Ice*, Clarendon Press, ISBN 9780191581342
- Popov, I., Puzenko, A., Khamizin, A., Feldman, Y., 2015, The dynamic crossover in dielectric relaxation behavior of ice i_h , *Physical Chemistry Chemical Physics*, 17, 1489–1497
- Przyklenk, A., Hördt, A., 2013, Influence of electrode heights on 4-point and 2-point measurements based on capacitively coupled electrodes, in *Proceedings 19th European Meeting of Environmental and Engineering Geophysics of the Near Surface Geoscience Division of EAGE*
- Przyklenk, A., Hördt, A., Radić, T., 2016, Capacitively coupled resistivity measurements to determine frequency-dependent electrical parameters in periglacial environment-theoretical considerations and first field tests, *Geophysical Journal International*, 206, 1352–1365
- Radić, T., 2008, *Instrumentelle und auswertemethodische Arbeiten zur Wechselstromgeoelektrik*, Dissertation, Technische Universität Berlin
- Radić, T., 2014, *Chameleon: Multi-purpose geoelectric equipment*, www.radic-research.de

- Radić, T., Klitzsch, N., 2012, Compensation technique to minimize capacitive cable coupling effects in multi-channel ip systems., in Conference Proceedings. Near Surface 2012, Paris/ France
- Romanovsky, V., Osterkamp, T., 2000, Effects of unfrozen water on heat and mass transport processes in the active layer and permafrost, *Permafrost and Periglac. Process.*, 11, 219 – 239
- Romanovsky, V., Sergueev, D., Osterkamp, T., 2003, Permafrost: Temporal variations in the active layer and near-surface permafrost temperatures at the long-term observatories in Norther Alaska, Swets & Zeitlinger
- Scherler, M., Hauck, C., Hoelzle, M., Stähli, M., Völksch, I., 2011, Meltwater infiltration into the frozen active layer at an alpine permafrost site, *Permafrost and Periglac. Process.*, 21, 325 – 334
- Schön, J., 2004, *Physical Properties of Rocks*, Bd. 18, Elsevier
- Seidensticker, K., Möhlmann, D., Apathy, I., Schmidt, W., Thiel, K., Arnold, W., Fischer, H.-H., Kretschmer, M., Madlener, D., Péter, A., Trautner, R., Schieke, S., 2007, *Sesame – an experiment of the rosetta lander philae: Objectives and general design*, *Space Science Reviews*, 128, 301–337
- Seshadri, S., Chin, K., Buehler, M., Anderson, R., 2008, Using electrical impedance spectroscopy to detect water in planetary regoliths, *Astrobiologie*, 8, 781–792
- Sommerfeld, A., 1961, *Elektrodynamik Band III*, Akkademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig K.-G.
- Souffaché, B., Cosenza, P., Flageul, S., Pencolé, J.-P., Seladji, S., Tabbagh, A., 2010, Electrostatic multipole for electrical resistivity measurements at the decimetric scale, *Journal of Applied Geophysics*
- Stillman, D., Grimm, R., 2010, Low-frequency electrical properties of ice-silicate mixtures, *Journal of Physical Chemistry*, 114, 6065–6073
- Stillman, D., MacGregor, J., Grimm, R. E., 2013, Elektrical response of ammonium-rich water ice, *Annals of Glaciology*, 54(64), 21–26
- Stoffel, M., Tiranti, D., Huggel, C., 2016, Climate change impacts on mass movements — case studies from the european alps, *Science of The Total Environment*, 493, 1255 – 1266
- Takei, I., Maeno, N., 1997, Dielectric low-frequency dispersion and crossover phenomena of hcl-doped ice, *Journal of Physical Chemistry*, 101, 6234–6236
- Tarasov, A., Titov, K., 2013, One use of the cole-cole equations in spectral induced polarisation, *Geophysics Journal International*, 195, 352 – 356
- Telford, W.M., G. L. S. R., 1990, *Applied Geophysics Second Edition*, Cambridge University Press

- TESA, 2017, Produktinformation tesa® 51408 schwer entflammbares, hochwertiges abdeckband, Techn. Ber., TESA
- Tietze, U., Schenk, C., 1985, Halbleiterschaltungstechnik
- Wait, J. R., 1998, geophysical monograph series, NUMBER 8, Theory and Application of Spectral Induced Polarisation, society of exploration geophysics
- Weidelt, P., 1997, Geophysik, Bd. 3 von BGR Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe (Hrsg.) in Handbuch zur Erkundung des Untergrundes von Deponien und Altlasten, Kap. 5 Geoelektrik, S. 71–173, Springer
- Yaramanci, U., Kulenkampff, J. M., 1997, Geophysik, Bd. 3 von BGR Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe (Hrsg.) in Handbuch zur Erkundung des Untergrundes von Deponien und Altlasten, Kap. 14.7.4 Dielektrizitätszahl, S. 1020–1022, Springer

A Anhang

A.1 Kurze Einführung in die Software des Chameleon-Systems

Die Durchführung einer Impedanzmessung mit dem neuartigen Chameleon-System von Radic Research Berlin (radic-research.de) erfolgt in dem Aufbau, der in Kapitel 4 beschrieben wird. Sobald alle Komponenten des Systems miteinander verbunden sind und die Chameleon-Apparatur eingeschaltet ist, wird die Software zur Messung, vorläufigen Prozessierung der gemessenen Signale und Speicherung *Chameleon.vi* gestartet. Im Folgenden wird die Benutzeroberfläche vorgestellt, die dem Anwender zur Verfügung steht, um eine Impedanzmessung durchzuführen.

A.2 Benutzeroberfläche der Chameleon Software

Bevor eine Messung gestartet wird, werden in einer Initialisierungs-Datei alle benötigten Parameter an das Programm übergeben. Der Aufbau einer solchen Datei wird in Abschnitt A.3 beschrieben.

Nach dem Öffnen der Chameleon-Software erscheint als erstes Fenster die Konfiguration (Abbildung A.1), welche in der Initialisierung-Datei (Abschnitt A.3) an das Programm übergeben wird. In diesem Fenster wird im Wesentlichen folgende Einstellungen angezeigt:

- Min. Freq.: Die kleinste Messfrequenz
- Shunt Resistor: Shunt-Widerstand der Strom-Probe beträgt (immer) $300\,\Omega$
- Max. PA Voltage: Zeigt an, ob Messungen im Labor (schwarzes Kabel zur Stromeinspeisung) oder im Feld (rotes Kabel zur Stromeinspeisung) gemessen wird:
 - Labor: 30V
 - Feld: 400V

Weitere Erläuterungen dazu in Abschnitt (Abschnitt A.3).

- Die Anzeige **Adress** gibt an, wie viele Remote Units (RUs) verwendet werden. **-1** bedeutet, dass die daneben stehende Remote Unit nicht verwendet wird. Daneben sind die Konfigurationen aufgelistet, welche für verschiedene Messmodi zwingend eingehalten werden müssen:

- **RHOA:** An eine beliebige RU ist die Strom-Probe C1 angeschlossen. An eine beliebige RU sind die Spannungs-Probes P1 und P2 angeschlossen. (Falls eine dritte RU in Gebrauch ist, müssen an diese P3 und P4 angeschlossen werden.)
- **CALIB.**
- **CE C.**
- **REF. T.**

Rechts oben wird unter ComPort der Anschluss am PC angegeben, der mit der Base Unit des Chameleon-Systems verbunden ist. Wenn die Anzeige unter Simulation grün ist, dann wird anstelle einer Messung eine Simulation einer Messung durchgeführt (mehr dazu in Abschnitt A.3). Sobald der Button **EXIT** angewählt wird, wird das Konfigurationsfenster geschlossen und das Hauptmenü der Chameleon-Software wird aufgerufen.

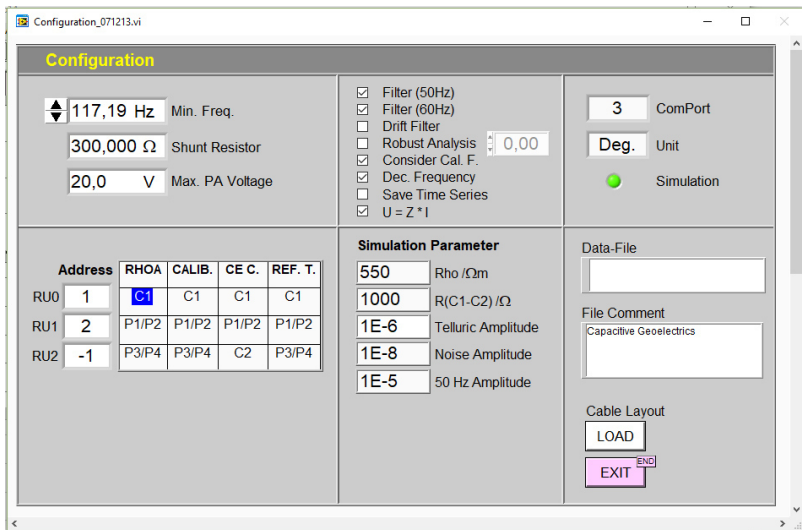


Abbildung A.1: Fenster, in dem die Konfiguration der Messung angezeigt wird, bevor die Messung gestartet werden kann. Die Einstellungen wurden zuvor aus der Initialisierungs-Datei (Abschnitt A.3) in das Programm geladen.

Das Hauptmenü der Software ist in Abbildung A.2 gezeigt. Das Fenster teilt sich in zwei Hälften. Auf der linken Seite wird im ersten Reiter **Time Series** in der obersten Anzeige der gemessene (oder simulierte) Strom **Current /mA** als Zeitreihe in Echtzeit angezeigt. In der mittleren Anzeige befindet sich die entsprechende gemessene Spannung **Voltage /V**, welche im ersten Messkanal (**Channel 1/0**) von zwei Probes, die an eine Remote Unit angeschlossen sind, gemessen wird. Die beiden Messkanäle zeigen die Signale einer 4-Punkt-Messung an. Wenn eine weitere Remote Unit zur Messung der Spannung verwendet wird, dann ist das Signal des zusätzlichen Messkanals (**Channel 2/0**) in der untersten Anzeige zu sehen (**Channel 2/0**). Der angezeigte Bereich kann an die gemessenen Amplituden über die beiden Pfeile in der rechten oberen Ecke über Anklicken angepasst werden.

Die rechte Hälfte des Fensters in drei Abschnitte unterteilt. Rechts befinden sich zwei Balken, die mit (**Voltage**) und (**Current**) beschriftet sind. Sie zeigen die Amplitude des eingespeisten Stroms und die an den Stromelektroden anliegende Spannung an. Die angelegte Spannung kann über den Balken (**Voltage**) durch Anklicken angepasst werden. Die Auswirkung auf den eingespeisten Strom wird in Echtzeit angezeigt. In der (**Reading**) Anzeige wird angegeben, welche Anzahl an Stapelungen bei einer Frequenz gemessen wird. Darunter befindet sich eine Anzeige für die aktuelle Messfrequenz (**Frequency**). Ein Ladebalken gibt die verbleibende Zeit der aktuellen Messung an. (**Reading**) und (**Frequency**) können während einer laufenden Messung über Anklicken der links positionierten Pfeile geändert werden.

Rechts wird im wesentlichen der aktuelle Status der Akkus anhand von drei verschiedenen Farben angezeigt (**Batteries**), welche die Remote Units mit Spannung versorgen:

- Rot bedeutet: Akkus sollten geladen werden
- Orange bedeutet: Akkus sollten demnächst geladen werden ($U < 12\text{ V}$)
- Rot bedeutet: Akkus sind voll geladen ($U > 14\text{ V}$)

Die aktuell gemessene Impedanz wird als Betrag und Phase mit Vertrauensintervall angezeigt. Beschriftet ist die Anzeige (aus historischen Gründen) mit **Resistivity** und **Phase**.

Im unteren Abschnitt der rechten Hälfte des Fensters befinden sich verschiedene anwählbare Buttons:

- CLEAR: Löschen des aktuellen Fensters
- REF. T.: Messung mit Referenz Remote Unit
- CONFIG: Öffnen des Fensters, in dem die aktuelle Messkonfiguration angezeigt wird (u.a. Anzahl der Remote Units, Ladestand der Akkus)
- START: Starten einer Messung
- EXIT: Beenden des Programms

- CE C.: Durchführung einer Messung mit CE-Kompensation (Radić und Klitzsch, 2012)
- RHOA: Durchführung einer Messung zur Kalibrierung der Remote Units und Probes
- ONE F: Durchführung der Messung eines gesamten Impedanzspektrums

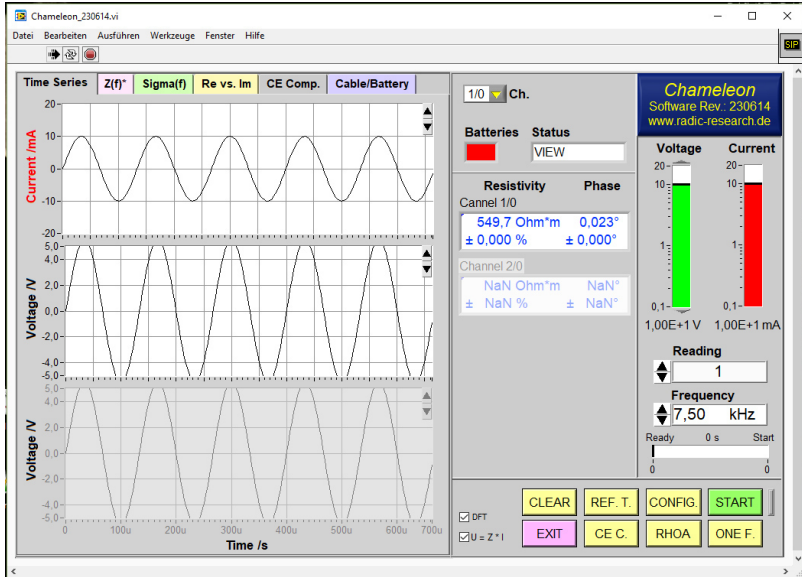


Abbildung A.2: Hauptfenster der Chameleon-Software von Radic Research Berlin zur Durchführung einer Impedanzmessung. Auf der linken Seite befindet sich ein Fenster, in verschiedene Anzeigen der Messung in Echtzeit möglich sind (insgesamt sechs Reiter). In der rechten Hälfte des Fensters befinden sich Schalter zur Bedienung und Anzeigen zur Kontrolle der Messung.

Im Hauptmenü können durch Auswahl eines Reiters Daten der Messung in Echtzeit verfolgt werden. Diese sind in den Abbildungen A.3 bis A.7 gezeigt. Erläuterungen befinden sich in den Bildunterschriften.

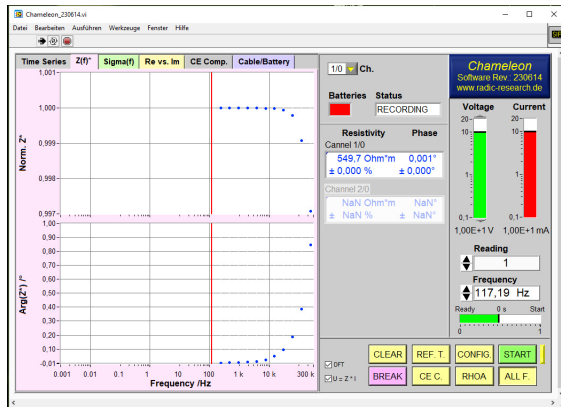


Abbildung A.3: Reiter $Z(f)^*$ im Hauptmenü der Chameleon-Software. Anzeige der normierten Impedanz in Echtzeit als Betrag und Phase. (Geometriefaktor $K = 1$ m OHNE Berücksichtigung des Höhenfaktors H . Die Messung wird angezeigt, als wäre sie mit einer gewöhnlichen 4-Punkt-Anordnung durchgeführt worden.)

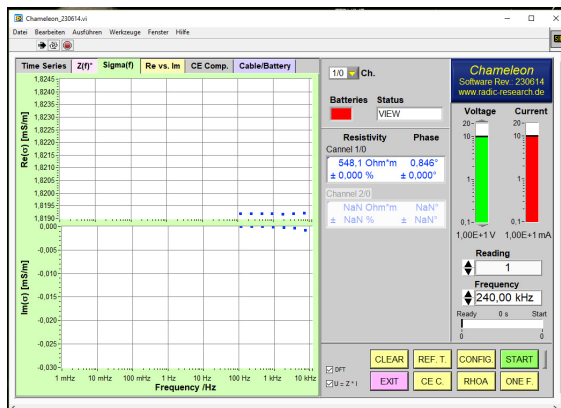


Abbildung A.4: Reiter $\Sigma(f)$ im Hauptmenü der Chameleon-Software. Anzeige der scheinbaren Leitfähigkeit als Real- und Imaginärteil. (Geometriefaktor $K = 1$ m OHNE Berücksichtigung des Höhenfaktors H . Die Messung wird angezeigt, als wäre sie mit einer gewöhnlichen 4-Punkt-Anordnung durchgeführt worden.)

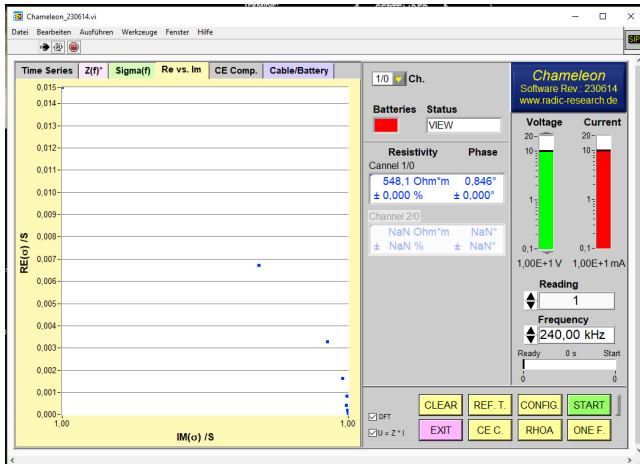


Abbildung A.5: Reiter **Re vs. Im** im Hauptmenü der Chameleon-Software. Gezeigt wird der Realteil der scheinbaren Leitfähigkeit über dem Imaginärteil der scheinbaren Leitfähigkeit. (Geometriefaktor $K = 1$ m OHNE Berücksichtigung des Höhenfaktors H . Die Messung wird angezeigt, als wäre sie mit einer gewöhnlichen 4-Punkt-Anordnung durchgeführt worden.)

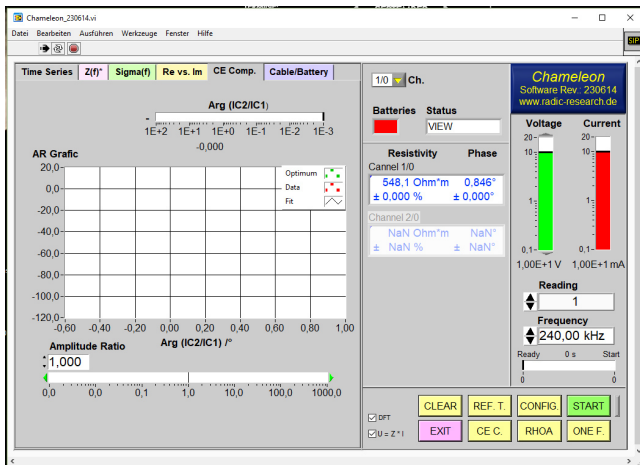


Abbildung A.6: Reiter **CE Comp.** im Hauptmenü der Chameleon-Software. Die CE Kompensation wird in dieser Arbeit nicht vorgestellt.

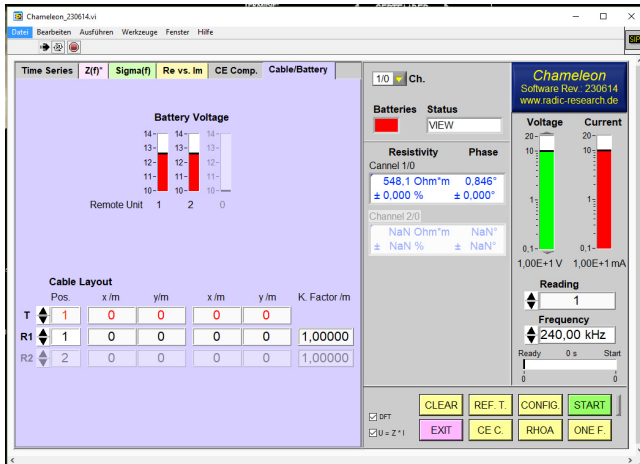


Abbildung A.7: Reiter **Cable/Battery** im Hauptmenü der Chameleon-Software. Zeigt den aktuellen Ladezustand von den Akkus der RÜ an (**Battery Voltage**). Im Menü **Cable Layout** können Elektroden-Konfigurationen direkt an das Auswertungsprogramm des Chameleon-Systems übergeben werden. Die Gleichungen beziehen sich jedoch zur Zeit der vorliegenden Arbeit auf galvanisch angekoppelte 4-Punkt-Messungen, so dass der Höhenfaktor nicht berücksichtigt wird, weshalb der **K. Factor /m** immer auf **1,00000** gesetzt wird.

A.3 Initialisierungsdateien

Die Initialisierungs-Datei *Chameleon.ini* ist ein wichtiges Dokument, welches zur Durchführung einer Messung mit dem Chameleon-System benötigt wird. In diesem Abschnitt werden die wesentlichen Inhalte einer Initialisierungs-Datei vorgestellt.

Abbildung A.8 zeigt den Header einer Initialisierungs-Datei (Ini-Datei). Sobald Änderungen an der Ini-Datei vorgenommen werden und anschließend eine Messung durchgeführt wird, ändern sich die angegebenen Parameter unwiderruflich. Deshalb ist es ratsam die ungeänderte Version unter einem anderen Namen zu speichern, bevor Modifikationen vorgenommen werden.

Der Inhalt des Header wird Zeilenweise erklärt:

- 1-2 Hinweis darauf, dass Inhalte nach Anwendung der Ini-Datei überschrieben werden (siehe oben).
- 3-4 Version der Ini-Datei und Datum und Uhrzeit des letzten Updates.
- 6 Auswahl eines Modus
 - 0** steht für Messung
 - 1** steht für eine Simulierte Messung
- 7 Nummer des Com-Port am PC an den die Base Unit einem USB-Kabel mit dem PC verbunden ist.
- 8 Anzahl der Messfrequenzen
- 9 Auswahl eines Modus
 - 0** steht die Messung mit einer einzigen Frequenz
 - 1** steht die Messung eines gesamten Spektrums
- 9 Auswahl der gespeicherten Ergebnisse
 - 0** das Ergebnis wird nicht zusätzlich als Zeitreihe gespeichert
 - 1** das Ergebnis wird zusätzlich als Zeitreihe gespeichert
- 13 Auswahl Labor- oder Feldmessung
 - 400** Feldmessung mit maximaler Spannung $\pm 400\text{ V}$. *WICHTIG: Nur mit rotem Kabel zur Stromeinspeisung verwenden!*
 - 30** Labormessung mit maximaler Spannung $\pm 30\text{ V}$. Die Messung wird mit den schwarzen Kabel zur Stromeinspeisung durchgeführt.
- 24 - 26 Angabe der Anzahl verwendeter RUs. **-1** bedeutet, dass keine RU angeschlossen ist. Wenn eine dritte RU verwendet werden soll, muss dafür **-1** durch **3** ersetzt werden.


```
1 Initialization file for Chameleon
2 "Chameleon.ini" will be overwritten by Chameleon.exe!
3 Software Rev.: 230614
4 Last update: 17.04.2015 12:53
5
6 [Simulationmode] 0
7 [ComPort] 3
8 [MinFreqIndex] 18
9 [FreqDecr] 1
10 [SaveTimeSeries] 0
11 [Pathname] C:\
12 [Shunt] 300,000000
13 [MaxPAVoltage] 400,000000
14 [ConsCalValues] 1
15 [50HzFilter] 1
16 [60HzFilter] 1
17 [DriftFilter] 0
18 [U=Z*I] 1
19 [RobusteAnalyse] 0
20 [ErrorWeigthing] 0,000000
21 [RefStations]
22 [Unit] 0
23
24 [RemoteUnit0] 1
25 [RemoteUnit1] 2
26 [RemoteUnit2] -1
27 [RemoteUnit3] -1
28 [RemoteUnit4] -1
29 [RemoteUnit5] -1
30 [RemoteUnit6] -1
31 [RemoteUnit7] -1
32 [RemoteUnit8] -1
33 [RemoteUnit9] -1
```

Abbildung A.8: Aufbau des Header einer Initialisierungs-Datei *Chameleon.ini* (Zeilen 1 - 33). Beschreibung befindet sich im Fließtext.

Abbildung A.9 zeigt Messfrequenzen, die während der Messung verwendet werden. Außerdem sind die Frequenzabhängige Datenrate (Data Rate /Hz), die Größe der Partitionen im internen Speicher der RUs (Part) und die Anzahl der Stapelungen (S/P) angegeben. In diesem Block müssen durch den Anwender keine Änderungen vorgenommen werden, um eine Messung zu starten.

34		Frequency /Hz	Data Rate /Hz	S/P	Part.	Stacks	Delay /s	Active
35								
36	[FrequencyParameterBegin]						
37		240000,00000000	576000,00000000	48	1000	1	0,0	1
38		120000,00000000	576000,00000000	96	200	1	0,0	1
39		60000,00000000	576000,00000000	192	100	1	0,0	1
40		30000,00000000	576000,00000000	192	100	1	0,0	1
41		15000,00000000	576000,00000000	192	100	1	0,0	1
42		7500,00000000	288000,00000000	192	100	1	0,0	1
43		3750,00000000	144000,00000000	192	100	1	0,0	1
44		1875,00000000	72000,00000000	192	50	1	0,0	1
45		937,00000000	36000,00000000	192	25	1	0,0	1
46		468,00000000	18000,00000000	192	20	1	0,0	1
47		234,00000000	9000,00000000	192	20	1	0,0	1
48		117,00000000	4500,00000000	192	20	1	0,0	1
49		70,00000000	4500,00000000	256	20	1	0,0	1
50		35,00000000	4500,00000000	256	20	1	0,0	1
51		17,00000000	4500,00000000	256	20	1	0,0	1
52		8,00000000	2250,00000000	256	20	1	0,0	1
53		4,00000000	1125,00000000	256	20	1	0,0	1
54		2,00000000	562,00000000	256	20	1	0,0	1
55		1,00000000	281,00000000	256	20	1	0,0	1
56		0,00000000	140,00000000	256	20	1	0,0	1
57		0,00000000	70,00000000	256	20	1	0,0	1
58		0,00000000	35,00000000	256	10	1	0,0	1
59		0,00000000	17,00000000	256	8	1	0,0	1
60		0,00000000	8,00000000	256	6	1	0,0	1
61		0,00000000	4,00000000	256	5	1	0,0	1
62		0,00000000	2,00000000	256	4	1	0,0	1
63		0,00000000	1,00000000	256	1	1	0,0	1
64		0,00000000	1,00000000	512	1	1	0,0	1
65		0,00000000	1,00000000	1024	1	1	0,0	1
66	[FrequencyParameterEnd]						
67								

Abbildung A.9: Informationen über die Messfrequenz und frequenzabhängige Messparameter, die in der Ini-Datei stehen.

Abbildung A.10 zeigt einen Anweisungsblock der Ini-Datei, der ein Artefakt aus früheren Entwicklungen ist. Hier können bei Messungen mit galvanischer Ankopplung die verwendeten Gleichstromgeometriefaktoren angegeben werden, so dass aus der gemessenen Impedanz direkt von der Chameleon-Software der komplexe spezifische Widerstand berechnet wird. Für die Kapazitive Geoelektrik sind die verwendeten Routinen nicht anwendbar, da der Höhenfaktor H nicht berücksichtigt wird. Die gemessene Impedanz wird nach der Messung mit einem anderen Inversionprogramm ausgewertet. In diesem Block müssen durch den Anwender keine Änderungen vorgenommen werden, um eine Messung zu starten.

67	[
68	[LayoutType] Schlumberger
69	[
70	[NumReading] 3
71	[ReadingBegin]
72	1 1 1 2 3 4 5 6 7 0 0
73	2 2 1 2 3 3 4 5 6 0 0
74	3 3 1 2 3 2 3 4 5 0 0
75	[ReadingEnd]
76	[
77	[NumTPos] 3
78	[TPos1] 1,000000
79	[TPos2] 1,000000
80	[TPos3] 1,000000
81	[
82	[NumRPos] 9
83	[RPos1] 1,000000
84	[RPos2] 11,000000
85	[RPos3] 12,000000
86	[RPos4] 13,000000
87	[RPos5] 14,000000
88	[RPos6] 15,000000
89	[RPos7] 16,000000
90	[RPos8] 17,000000
91	[RPos9] 18,000000

Abbildung A.10: Für die vorliegende Arbeit irrelevante Geometriefaktoren, die in der Ini-Datei stehen.

In Abbildung A.11 ist der Anweisungsblock gezeigt, in dem frequenzabhängige Kalibrierfaktoren der RUs und Probes stehen. In diesem Block müssen durch den Anwender keine Änderungen vorgenommen werden, um eine Messung zu starten. Mit diesem Block endet die Ini-Datei.

94						
95	Ch./Ch.	Frequency /Hz	Amplitude	Phase /°	dA /%	dP /°
96	[CalibrationFactorsBegin]					
97	1	240000,00000000	1,00347400	-0,84630	0,00080	0,00050
98	1	120000,00000000	1,00146900	-0,38560	0,00100	0,00060
99	1	60000,00000000	1,00076400	-0,18730	0,00100	0,00060
100	1	30000,00000000	1,00060200	-0,09370	0,00100	0,00050
101	1	15000,00000000	1,00056200	-0,04780	0,00110	0,00070
102	1	7500,00000000	1,00056900	-0,02340	0,00180	0,00100
103	1	3750,00000000	1,00055400	-0,01150	0,00060	0,00030
104	1	1875,00000000	1,00054700	-0,00560	0,00050	0,00030
105	1	937,00000000	1,00054900	-0,00290	0,00060	0,00040
106	1	468,00000000	1,00054900	-0,00160	0,00050	0,00030
107	1	234,00000000	1,00054900	-0,00060	0,00040	0,00020
108	1	117,00000000	1,00055000	-0,00040	0,00040	0,00020
109	1	70,00000000	1,00055300	-0,00020	0,00030	0,00020
110	1	35,00000000	1,00054700	-0,00010	0,00040	0,00020
111	1	17,00000000	1,00054900	0,00000	0,00080	0,00040
112	1	8,00000000	1,00055000	-0,00020	0,00080	0,00040
113	1	4,00000000	1,00055000	-0,00000	0,00060	0,00030
114	1	2,00000000	1,00055000	0,00010	0,00050	0,00030
115	1	1,00000000	1,00055200	0,00010	0,00040	0,00030
116	1	0,00000000	1,00055200	-0,00000	0,00010	0,00010
117	1	0,00000000	1,00055200	-0,00000	0,00010	0,00010
118	1	0,00000000	1,00055200	-0,00000	0,00010	0,00010
119	1	0,00000000	1,00055200	-0,00000	0,00010	0,00010
120	1	0,00000000	1,00055200	-0,00000	0,00010	0,00010
121	1	0,00000000	1,00055200	-0,00000	0,00010	0,00010
122	1	0,00000000	1,00055200	-0,00000	0,00010	0,00010
123	1	0,00000000	1,00055200	-0,00000	0,00010	0,00010
124	1	0,00000000	1,00055200	-0,00000	0,00010	0,00010
125	1	0,00000000	1,00055200	-0,00000	0,00010	0,00010
126	1	0,00000000	0,00000000	0,00000	0,00000	0,00000

Abbildung A.11: Frequenzabhängige Kalibrierfaktoren, die in der Ini-Datei stehen.

A.4 Ergebnisdateien

Mit dem Chameleon-System gemessene Spektren werden automatisch im selben Verzeichnis der Chameleon-Software in einer Datei gespeichert, die *results.res* heißt. Deshalb ist es ratsam, die Ergebnisdatei nach jeder Messung unter einem anderen Namen zu speichern. Wird die Umbenennung nicht vorgenommen, so werden die Ergebnisse nach der nächsten Messung überschrieben und gehen damit verloren.

In Abbildung A.12 ist der erste Block einer Ergebnis-Datei dargestellt. Es werden einige Informationen aus der Ini-Datei angezeigt. Die wesentlichen Einträge befinden sich in den folgenden Zeilen:

6 Messmodus: Messung oder Simulation einer Messung (siehe Abschnitt A.3)

8 Messmodus: Labor- oder Feldmessung (siehe Abschnitt A.3)

12-39 Kalibrierfaktoren

1	CapGeo
2	Software Rev.: 230614
3	Capacitive Geoelectrics
4	16.04.2015 17:27
5	
6	[Simulationmode] 0
7	[Shunt] 300.000000
8	[MaxPAVoltage] 400.000000
9	
10	Frequency /Hz Data Rate /Hz S/P Part. Stacks Delay /s Active
11	[FrequencyParameterBegin]
12	240000.00000000 576000.00000000 48 1000 1 0.0 1
13	120000.00000000 576000.00000000 96 200 1 0.0 1
14	60000.00000000 576000.00000000 192 100 1 0.0 1
15	30000.00000000 576000.00000000 192 100 1 0.0 1
16	15000.00000000 576000.00000000 192 100 1 0.0 1
17	7500.00000000 288000.00000000 192 100 1 0.0 1
18	3750.00000000 144000.00000000 192 100 1 0.0 1
19	1875.00000000 72000.00000000 192 50 1 0.0 1
20	937.00000000 36000.00000000 192 25 1 0.0 1
21	468.00000000 18000.00000000 192 20 1 0.0 1
22	234.00000000 9000.00000000 192 20 1 0.0 1
23	117.00000000 4500.00000000 192 20 1 0.0 1
24	70.00000000 4500.00000000 256 20 1 0.0 1
25	35.00000000 4500.00000000 256 20 1 0.0 1
26	17.00000000 4500.00000000 256 20 1 0.0 1
27	8.00000000 2250.00000000 256 20 1 0.0 1
28	4.00000000 1125.00000000 256 20 1 0.0 1
29	2.00000000 562.00000000 256 20 1 0.0 1
30	1.00000000 281.00000000 256 20 1 0.0 1
31	0.00000000 140.00000000 256 20 1 0.0 1
32	0.00000000 70.00000000 256 20 1 0.0 1
33	0.00000000 35.00000000 256 10 1 0.0 1
34	0.00000000 17.00000000 256 8 1 0.0 1
35	0.00000000 8.00000000 256 6 1 0.0 1
36	0.00000000 4.00000000 256 5 1 0.0 1
37	0.00000000 2.00000000 256 4 1 0.0 1
38	0.00000000 1.00000000 256 1 1 0.0 1
39	0.00000000 1.00000000 512 1 1 0.0 1

Abbildung A.12: Header einer Ergebnis-Datei.

Die wesentlichen Informationen befinden sich in den Zeilen 477-497 in der Ergebnis-Datei (Version 230614) (Abbildung A.13). Die wesentlichen Spalten werden im Folgenden erklärt:

8 **K.-Factor** /m sollte für Messungen mit kapazitiv angekoppelten Elektroden immer 1.0000 betragen (siehe oben).

- 9 **Freq. /Hz** Messfrequenz.
- 10 **Rhoa. /Ohm*m** Betrag der gemessenen Impedanz. Die Bezeichnung Rhoa. /Ohm*m ist irreführend und ein Artefakt aus früheren Versionen der Software.
- 11 **Phase /°** Phase der gemessenen Impedanz.
- 12 **dR %** Vertrauensbereich des Betrags.
- 13 **dP /°** Phase der Phase.
- 14 **Current /mA** Eingespeister Strom.
- 15 **Current /mA** Datum der Messung.
- 15 **Current /mA** Uhrzeit der Messung.

70						
71	Ch./Ch.	Frequency /Hz	Amplitude	Phase /°	dA /%	dP /°
72	[CalibrationFactorsBegin]					
73	1	240000.00000000	1.00347400	-0.84630	0.00080	0.00050
74	1	120000.00000000	1.00146900	-0.38560	0.00100	0.00060
75	1	60000.00000000	1.00076400	-0.18730	0.00100	0.00060
76	1	30000.00000000	1.00060200	-0.09370	0.00100	0.00050
77	1	15000.00000000	1.00056200	-0.04780	0.00110	0.00070
78	1	7500.00000000	1.00056900	-0.02340	0.00180	0.00100
79	1	3750.00000000	1.00055400	-0.01150	0.00060	0.00030
80	1	1875.00000000	1.00054700	-0.00560	0.00050	0.00030
81	1	937.00000000	1.00054900	-0.00290	0.00060	0.00040
82	1	468.00000000	1.00054900	-0.00160	0.00050	0.00030
83	1	234.00000000	1.00054900	-0.00060	0.00040	0.00020
84	1	117.00000000	1.00055000	-0.00040	0.00040	0.00020
85	1	70.00000000	1.00055300	-0.00020	0.00030	0.00020
86	1	35.00000000	1.00054700	-0.00010	0.00040	0.00020
87	1	17.00000000	1.00054900	0.00000	0.00080	0.00040
88	1	8.00000000	1.00055000	-0.00020	0.00080	0.00040
89	1	4.00000000	1.00055000	-0.00000	0.00060	0.00030
90	1	2.00000000	1.00055000	0.00010	0.00050	0.00030
91	1	1.00000000	1.00055200	0.00010	0.00040	0.00030
92	1	0.00000000	1.00055200	-0.00000	0.00010	0.00010
93	1	0.00000000	1.00055200	-0.00000	0.00010	0.00010
94	1	0.00000000	1.00055200	-0.00000	0.00010	0.00010
95	1	0.00000000	1.00055200	-0.00000	0.00010	0.00010
96	1	0.00000000	1.00055200	-0.00000	0.00010	0.00010
97	1	0.00000000	1.00055200	-0.00000	0.00010	0.00010
98	1	0.00000000	1.00055200	-0.00000	0.00010	0.00010
99	1	0.00000000	1.00055200	-0.00000	0.00010	0.00010
100	1	0.00000000	1.00055200	-0.00000	0.00010	0.00010
101	1	0.00000000	1.00055200	-0.00000	0.00010	0.00010
102	1	0.00000000	0.00000000	0.00000	0.00000	0.00000

Abbildung A.13: Gespeicherte Messergebnisse in einer Ergebnis-Datei. Die Erklärung der Einträge befindet sich im Fließtext.

Danksagung

Ich möchte mich bei allen bedanken, die mich bei der Anfertigung meiner Dissertation unterstützt haben.

Besonderer Dank gilt Andreas Hördt, der mich während dieser Zeit mit Vertrauen und Geduld betreut hat.

Andreas Junge danke ich für die Übernahme des Co-Referats meiner Arbeit. Stefan Süllo danke ich für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes.

Tino Radić danke ich für die Hilfsbereitschaft bei der Inbetriebnahme des Chameleon-Messsystems und die gute Zusammenarbeit.

Andreas Kemna danke ich für die Gelegenheit, mich einer seiner Messkampagnen in den Alpen anzuschließen. Wim Weber danke ich für die Erlaubnis, Messungen in dem Vogelschutzgebiet in Norwegen durchzuführen. Insbesondere danke ich Katharina Bairlein für die mentale, fachliche und physische Unterstützung während dieser Messkampagne.

Den Mitgliedern des Instituts für Geophysik und extraterrestrische Physik danke ich für die wunderbare Arbeitsatmosphäre, den regen Austausch und Zusammenhalt. Insbesondere danke ich Sebastian Ehmann, dass er mir bei der Implementierung meines ersten Inversionsprogrammes zur Seite gestanden hat und für unsere Freundschaft.

Karl-Heinz Glaßmeier danke ich für die Unterstützung bei den Bemühungen die Kapazitive Geoelektrik auf extraterrestrischen Objekten anzuwenden. Uli Auster bin ich über alle Maßen dankbar für seinen Pragmatismus und sein Engagement, welches mir mehr als einmal zugute kam.

Nicole Reinke danke ich für die Hilfe in administrativen Angelegenheiten, dafür dass sie sich wenn nötig, einsetzt wie eine Löwin, für ihre Empathie und ihren Humor. Katrin Gebauer und Bernd Stoll möchte ich für die Unterstützung beim Entwerfen und für die Fertigung von technischen Komponenten danken.

Ich danke Jonas, dem besten Gefährten den sich jemand wünschen kann, ohne den die Anfertigung dieser Arbeit nicht möglich gewesen wäre.

Der Deutschen Forschungsgemeinschaft danke ich für die Finanzierung des Projektes (HO 1506/22 – 1), in dessen Rahmen ich für meine Dissertation geforscht habe.